

含能材料导热系数及 热扩散率的微热量热法测定

陈学林 楚士晋 秦 蛟 唐水花

(中国工程物理研究院化工材料研究所, 成都 610003)

摘要 建立了用 Joule 效应径向加热与 Peltier 效应致冷补偿相结合, 在微量热量计上测定含能材料导热系数和热扩散率的装置及方法。利用该装置测定了聚四氟乙烯、有机玻璃、石英玻璃、高密聚乙烯四种标准物质及 JH-9105、JOB-9003、JO-9159、JO-9185、JB-9001、JOB-9006 六种塑料粘结炸药在 298.2K 下的导热系数及热扩散率, 并对实验数据进行了误差分析。四种标准物质的导热系数及热扩散率与文献值的相对误差分别小于 0.8% 及 0.4%。测定不平衡热及径向热流的相对标准偏差分别为 0.4% 及 0.1%, 导热系数及热扩散率的测定总相对标准偏差在 1.2% 以内。圆筒体试样内外半径和不平衡热的测量误差是影响导热系数及热扩散率测定准确度的主要因素。

关键词 导热系数 热扩散率 微热量热法 误差分析

1 引言

导热系数及热扩散率是含能材料的两个重要热物性参数, 广泛应用于与含能材料相关的许多热传导计算中, 因此准确测定其值具有十分重要的意义。过去人们普遍采用测定温差或温度随时间的变化来测定含能材料的导热系数及热扩散率, 由于测温传感器本身的热传导, 以及传感器接触点温度与被测材料表面温度的不一致, 导致测定结果的准确度较差。鉴于微热量热法能够准确测定热流, 我们在文献[1]、[2]基础上, 建立了把温差转化为热流实现导热系数及热扩散率测定的实验装置及方法。该法从根本上避免了测温法的弊端, 提高了测定准确度。我们利用自行设计的装置测定了四种标准材料和六种塑料粘结炸药的导热系数及热扩散率, 获得了满意结果。

2 实验仪器及样品

实验所用仪器为国产 RD-496 I 型微量热量计, 仪器控温精度 0.0005℃, 检出功率范围为 $2\mu\text{W} \sim 2\text{W}$, 基线稳定性优于 $0.2\mu\text{V}/4\text{h}$, 在 Peltier 补偿方式下, 298.2K 时的灵敏度为 $50.16\mu\text{V}/\text{mW}$ 。测试前用此灵敏度及 1000Ω 标准焦耳池标定, 仪器量热准确度为 1%。

本实验共用十种样品: 聚四氟乙烯、有机玻璃、高密聚乙烯、石英玻璃四种标准物质及 JH-9105、JOB-9003、JO-9159、JO-9185、JB-9001、JOB-9006 六种塑料粘结炸药。每种样

品加工成 $\varnothing 14.86\text{mm} \times 33.00\text{mm}$ 或 $\varnothing 14.86\text{mm} \times 66.00\text{mm}$ 的圆柱体, 沿中心线钻 $\varnothing 2.0\text{mm}$ 小孔, 作成单壁圆筒。

3 测定装置及原理

3.1 测定装置

微热量法测定热扩散率及导热系数的装置如图1所示。该装置主要由不锈钢样品池、上下部隔热层、中心加热器及圆柱形样品几部分组成。不锈钢样品池的规格为 $\varnothing 17.00\text{mm} \times 80.00\text{mm}$, 壁厚 1mm 。为减少轴向热传导, 提高测定准确度, 在样品圆筒的上下底部各设计一隔热层。上部隔热层由密度 0.2g/cm^3 的聚氨酯泡沫作成, 其尺寸为 $\varnothing 14.86\text{mm} \times 7\text{mm}$, 热扩散率及导热系数比受试材料低一个数量级, 能有效地阻止上部热传导。下部隔热层由测量池通道底部的空气层(厚 6mm)充当, 能有效地阻止下部热传导。加热器由 $\varnothing 0.08\text{mm}$ 的漆包康铜电阻丝填充于一 $\varnothing 1.98\text{mm}$ 的金属筒内作成, 电阻有效段长 66.00mm , 阻值 561Ω , 将此筒固定于上部隔热片上, 通过 $\varnothing 0.2\text{mm}$ 的漆包铜丝接往热量计恒流源或恒功率源。样品圆筒内孔置加热器, 插入铜池内, 二者满足滑动配合要求。

3.2 测定原理与方法

将两个样品圆筒与加热器、隔热片、样品池分别按图1所示结构装配, 置入量热计的测量端与参考端, 用恒流源或恒功率源给测量池中的加热器加上一定大小的电流, 在达到热动态平衡以后, 加热器沿样品圆筒径向产生一稳定的热流 $q(\text{J/s})$, 用计算机监测 q 值, 此时用一定大小的 Peltier 电流致冷补偿热流 q , 使平衡电势输出为零。然后同时切断加热及补偿电流, 测定测量池放出的不平衡热 $Q(\text{J})$, 则样品的热扩散率 $\alpha(10^{-7}\text{m}^2/\text{s})$ 及导热系数 $\lambda(\text{W/m} \cdot \text{K})$ 可依下式计算:

$$\lambda = \frac{c\rho\left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{4} + \frac{r_1^2}{2} \ln \frac{r_1}{r_2}\right)}{\frac{Q_t}{q} - (Kcm + D)} \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{c\rho} = \frac{\frac{r_2^2 - r_1^2}{4} + \frac{r_1^2}{2} \ln \frac{r_1}{r_2}}{\frac{Q_t}{q} - (Kcm + D)} \quad (2)$$

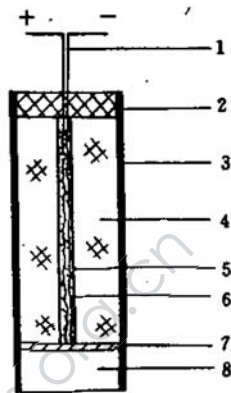


图1 测定导热系数及热扩散率的装置

- 1——加热杆两极; 2——隔热片;
3——量热池池壁; 4——样品圆筒;
5——加热杆; 6——填充电阻;
7——池底; 8——空气层。

Fig. 1 Device used for determining the thermal diffusivity and conductivity

- 1——Two poles of the heating rod,
2——Adiabatic slice, 3——Cell wall,
4——Specimen cylinder, 5——Heating rod,
6——Filled resistance, 7——Cell bottom
8——Air layer.

其中, r_2, r_1 (m), 分别为样品圆筒的外半径及内半径, 用游标卡尺或光学法测定; m (kg) 为样品质量, 用分析天平测定; ρ (kg/m³) 用排水法测定; c (J/kg · K) 为比热容, 用微热量热法测定; K 及 D 为两个仪器常数, 由已知 α 或 λ 值的两种标准物质按上述方法测定, 代入(1)、(2)两式解二元一次方程组确定, 或由四种以上已知 α 或 λ 的标准物质按上述方法测定, 依(3)式以方程左边为因变量, c, m 之积为自变量, 用最小二乘法确定:

$$\frac{Q_s}{q} - \frac{1}{\alpha} \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{4} + \frac{r_1^2}{2} \ln \frac{r_2}{r_1} \right) = D + Kcm \quad (3)$$

4 实验结果与讨论

按前述方法测得聚四氟乙烯、有机玻璃、石英玻璃、高密度聚乙烯四种标准物质, JH-9105、JOB-9003、JO-9159、JO-9185、JB-9001、JOB-9006 六种塑料粘结炸药共十种圆筒体试样的 $c, \rho, m, r_1, r_2, q, Q_s$ 列于表1中。由表1可知, 测定不平衡热及径向热流的相对标准偏差分别为0.4%及0.1%。

表1 计算试样 α 及 λ 所用的实测原始数据

Table 1 The original data for calculating the values of λ and α

试 样	$c \cdot 10^{-3}$	$\rho \cdot 10^{-3}$	$m \cdot 10^3$	$r_1 \cdot 10^3$	$r_2 \cdot 10^3$	$q \cdot 10^3$	$\delta_q \cdot 10^6$	$\frac{\delta_q}{q}/(\%)$	Q_s	$\delta_{Q_s} \cdot 10^3$	$\frac{\delta_{Q_s}}{Q_s}/(\%)$
聚四氟乙烯	1.172	2.2124	24.5471	1.00	7.44	8.987	1.0	0.01	1.4974	2.2	0.14
有机玻璃	1.517	1.1851	13.0424	1.02	7.42	9.009	3.0	0.03	1.3847	1.8	0.12
石英	0.841	2.2027	24.6115	1.00	7.42	9.025	2.0	0.02	0.4621	1.7	0.36
聚乙烯	1.840	0.9707	10.7770	1.02	7.43	8.965	4.0	0.04	0.7407	1.8	0.24
JH-9105	1.123	1.7492	19.2914	1.02	7.42	8.973	4.0	0.04	1.2214	1.2	0.09
JOB-9003	1.053	1.8433	20.4623	1.03	7.43	9.019	5.0	0.06	0.8865	2.4	0.27
JO-9159	1.062	1.8382	20.4861	1.01	7.43	8.965	3.0	0.03	0.9450	3.5	0.37
JO-9185	1.063	1.8555	20.6075	1.00	7.44	9.017	2.0	0.02	0.9070	2.8	0.30
JB-9001	1.095	1.9144	21.5294	1.02	7.43	9.020	4.0	0.05	0.7353	1.1	0.15
JOB-9006	1.138	1.8571	20.7393	1.02	7.42	9.023	3.0	0.04	0.7359	1.4	0.20

注: δ_q 为径向热流标准偏差, J/s; δ_{Q_s} 为不平衡热标准偏差, J; q 及 Q_s 为九次测定结果的平均值;

$$\delta_q \text{ 及 } \delta_{Q_s} \text{ 根据公式 } \delta = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} \text{ 确定, 其中, } x = q, Q_s, n = 9.$$

将四种标准物质的导热系数文献值(见表2)及四组 $c, \rho, m, r_1, r_2, q, Q_s$ 测定值代入(3)式, 采用最小二乘法回归, 求得仪器常数 $K = 0.3181 \text{ K(J/s)}^{-1}$, $D = 27.8183 \text{ s}$, 相关系数为0.9961。

将 K, D 及十种材料的 $c, \rho, m, r_1, r_2, q, Q_s$ 代入(1)、(2)两式, 算得十种材料在298.2K下的 λ 及 α 值。将此 λ, α 值与相应的文献值对比列于表2。由表2可知: 四种标准物质导热系数及热扩散率的实测值与等同温度下文献值的相对误差分别在0.8%及0.4%以内。

表2 导热系数和热扩散率实测值与文献值的对比

Table 2 Comparison between the obtained values and the literature values of λ and α

试样	$\lambda^{(1)}$	$\lambda^{(2)}$	$\alpha^{(1)}$	$\alpha^{(2)}$	$\frac{ \lambda - \lambda_1 }{\lambda_1} / (\%)$	$\frac{ \alpha - \alpha_1 }{\alpha_1} / (\%)$	$\frac{\delta_{\lambda(\alpha)}}{\lambda(\alpha)} / (\%)$
聚四氟乙烯	0.251	0.251 ^[3]	0.968	0.968	0	0	0.43
有机玻璃	0.191	0.192 ^[4]	1.063	1.067	0.52	0.37	0.41
石英玻璃	1.38	1.37 ^[5]	7.449	7.469	0.72	0.27	1.19
高密度聚乙烯	0.459	0.460 ^[6]	2.583	2.586	0.21	0.12	0.57
JH-9105	0.242	0.231 ^[7]	1.234	1.23 ⁽⁷⁾			0.41
JOB-9003	0.383	0.302 ^[7]	1.972	1.61 ⁽⁷⁾			0.57
JO-9159	0.347	0.373 ^[7]	1.776	1.99 ^[7]			0.67
JO-9185	0.376	0.360 ^[7]	1.907	—			0.61
JB-9001	0.568	—	2.705	—			0.40
JOB-9006	0.571	—	2.702	—			0.47

注: 1) 298.2K 下的实测值。

2) 文献值, 四种标准材料的 λ, α 为 298.2K 数据, 四种炸药为 293.2K 数据。

本文所述测试方法涉及多个测定项, 每个测定项的测定误差均对导热系数及热扩散率测定准确度有影响, 为了考察本法测定含能材料导热系数及热扩散率的可靠程度, 我们采用非线性函数的误差传递理论对测试方法的总标准偏差及各测定项分误差对总误差的贡献进行了误差分析。

由(1)、(2)两式知: 导热系数及热扩散率是如下多个变量的非线性函数:

$$\lambda = f(c, \rho, r_1, r_2, Q_1, q, m, K, D) \quad (4)$$

$$\alpha = f(c, r_1, r_2, Q_1, q, m, K, D) \quad (5)$$

根据非线性函数误差传递理论, λ 及 α 的总标准偏差可表示如下:

$$\begin{aligned} \delta_\lambda = & \left[\left(\frac{\partial \lambda}{\partial c} \right)^2 \delta_c^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \rho} \right)^2 \delta_\rho^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial r_1} \right)^2 \delta_{r_1}^2 \right. \\ & + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial r_2} \right)^2 \delta_{r_2}^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial Q_1} \right)^2 \delta_{Q_1}^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial q} \right)^2 \delta_q^2 \\ & \left. + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial m} \right)^2 \delta_m^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial K} \right)^2 \delta_K^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial D} \right)^2 \delta_D^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_\alpha = & \left[\left(\frac{\partial \alpha}{\partial c} \right)^2 \delta_c^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial r_1} \right)^2 \delta_{r_1}^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial r_2} \right)^2 \delta_{r_2}^2 \right. \\ & + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q_1} \right)^2 \delta_{Q_1}^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right)^2 \delta_q^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial m} \right)^2 \delta_m^2 \\ & \left. + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial K} \right)^2 \delta_K^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial D} \right)^2 \delta_D^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7) \end{aligned}$$

由于 K, D 为常数, 则有:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial K} = 0, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial D} = 0$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial K} = 0, \frac{\partial \alpha}{\partial D} = 0$$

根据(1)、(2)两式求得(6)、(7)两式中的其余各个偏导表达式,代入 $c, \rho, r_1, r_2, Q_1, q, m$ 各测定值及 K, D 之值,得各测量量的误差传递系数如表3所示(篇幅所限,此处仅列出四种标准物质的有关数据)。表3中 r_1, r_2, m, ρ 等单次测量值的标准偏差根据所用测量器具最小分度的 $1/\sqrt{3}$ 倍估算, c 的标准偏差取值为 $1.53 \times 10^{-2} (\text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$ 。

将各误差传递系数值及标准偏差值代入(6)、(7)两式算得测定十种物质导热系数及热扩散率总标准偏差 δ_λ 及 δ_α 。二者与各 λ, α 测定值的总相对标准偏差列于表2及表3中。由表中可知:本文所述方法测定含能材料导热系数及热扩散率的总相对标准偏差均小于1.2%。

表3 各测量量的标准偏差、误差传递系数及导热系数、热扩散率的总标准偏差

Table 3 The individual measuring standard deviation, error propagation coefficient and overall deviation $\delta_\lambda, \delta_\alpha$

试 样	石英玻璃	聚四氟乙烯	有机玻璃	高密聚乙烯
各测量量的标准偏差				
δ_c	1.53×10^{-2}	1.53×10^{-2}	1.53×10^{-2}	1.53×10^{-2}
δ_ρ	5.77×10^{-6}	5.77×10^{-6}	5.77×10^{-6}	5.77×10^{-6}
δ_{r_1}	1.15×10^{-5}	1.15×10^{-5}	1.15×10^{-5}	1.15×10^{-5}
δ_{r_2}	1.15×10^{-5}	1.15×10^{-5}	1.15×10^{-5}	1.15×10^{-5}
δ_{Q_1}	1.70×10^{-3}	2.20×10^{-3}	1.80×10^{-3}	1.80×10^{-3}
δ_q	2.00×10^{-6}	1.00×10^{-6}	3.00×10^{-6}	4.00×10^{-6}
δ_m	5.77×10^{-6}	5.77×10^{-6}	5.77×10^{-6}	5.77×10^{-6}
各测量量的误差传递系数				
$\partial \lambda / \partial c$	2.28×10^{-3}	2.30×10^{-4}	1.31×10^{-4}	2.34×10^{-4}
$\partial \lambda / \partial \rho$	3.47×10^{-10}	5.85×10^{-12}	3.63×10^{-12}	1.83×10^{-11}
$\partial \lambda / \partial r_1$	6.26×10^{-4}	1.14×10^{-4}	1.59×10^{-4}	4.76×10^{-4}
$\partial \lambda / \partial r_2$	2.21×10^2	4.01×10	3.01×10	7.39×10
$\partial \lambda / \partial Q_1$	-1.19×10^{-4}	-1.55×10^{-5}	-1.68×10^{-5}	-4.14×10^{-5}
$\partial \lambda / \partial q$	4.02×10^2	7.31×10	5.48×10	1.34×10^2
$\partial \lambda / \partial m$	2.17×10^{-4}	2.82×10^{-5}	3.05×10^{-5}	7.52×10^{-5}
$\partial \lambda / \partial Q_2$	9.09	2.16×10^{-1}	1.75×10^{-1}	1.06
$\partial \alpha / \partial c$	-4.91×10^{-8}	-8.33×10^{-8}	-9.71×10^{-8}	-5.95×10^{-7}
$\partial \alpha / \partial \rho$	4.65×10^2	3.60×10	2.68×10	8.78×10
$\partial \alpha / \partial r_1$	2.52×10^{-4}	1.38×10^{-5}	1.50×10^{-5}	4.92×10^{-5}
$\partial \alpha / \partial r_2$	2.20×10^1	7.23×10^{-1}	7.59×10^{-1}	5.58
$\partial \alpha / \partial Q_1$	1.19×10^{-5}	2.79×10^{-7}	4.22×10^{-7}	3.12×10^{-8}
总标准偏差				
δ_λ	1.64×10^{-2}	1.07×10^{-3}	7.88×10^{-4}	2.63×10^{-3}
$(\delta_\lambda / \lambda) / (\%)$	1.19	0.43	0.41	0.57
δ_α	8.84×10^{-8}	4.13×10^{-10}	4.39×10^{-10}	1.47×10^{-8}
$(\delta_\alpha / \alpha) / (\%)$	1.19	0.43	0.41	0.57

为了确定在各个测定项中影响导热系数及热扩散率测定准确度的主要因素,我们对四种标准物质的每个测定量的分差占总误差的百分数进行了计算,所得结果如表 4 所示,由表 4 可知:圆柱体试样的内外半径及不平衡热的测量误差对总误差的贡献最大,是影响测定准确度的主要因素。

表 4 各测量量误差占总误差的百分数

Table 4 Percentage of individual measurement error in the overall error

试 样	石英玻璃	聚四氟乙烯	有机玻璃	高密聚乙烯
$(\frac{\partial \lambda \delta_1}{\partial r_1 \delta_1})^2$	2.41	18.60	19.81	10.47
$(\frac{\partial \lambda \delta_2}{\partial r_2 \delta_1})^2$	7.96	61.59	63.77	31.63
$(\frac{\partial \lambda \delta_{Q_1}}{\partial Q_1 \delta_1})^2$	80.30	19.71	15.88	52.11
$(\frac{\partial \lambda \delta_e}{\partial q \delta_1})^2$	3.24×10^{-1}	1.13×10^{-1}	1.04	1.79
$(\frac{\partial \lambda \delta_c}{\partial x \delta_1})^2$	4.55×10^{-4}	1.08×10^{-5}	6.41×10^{-4}	2.74×10^{-4}
$(\frac{\partial \lambda \delta_m}{\partial m \delta_1})^2$	5.60×10^{-7}	1.52×10^{-7}	3.08×10^{-7}	1.50×10^{-6}
$(\frac{\partial \lambda \delta_p}{\partial \rho \delta_1})^2$	4.87×10^{-18}	3.76×10^{-15}	1.35×10^{-14}	1.09×10^{-14}
$(\frac{\partial \alpha \delta_1}{\partial r_1 \delta_e})^2$	2.41	18.60	19.31	10.47
$(\frac{\partial \alpha \delta_2}{\partial r_2 \delta_e})^2$	7.96	61.59	63.77	34.63
$(\frac{\partial \alpha \delta_{Q_1}}{\partial Q_1 \delta_e})^2$	89.30	19.71	15.88	53.11
$(\frac{\partial \alpha \delta_e}{\partial q \delta_e})^2$	3.24×10^{-1}	1.13×10^{-1}	1.04	1.79
$(\frac{\partial \alpha \delta_c}{\partial x \delta_e})^2$	3.67×10^{-5}	4.69×10^{-6}	1.06×10^{-6}	3.62×10^{-6}
$(\frac{\partial \alpha \delta_m}{\partial m \delta_e})^2$	5.60×10^{-7}	1.52×10^{-7}	3.08×10^{-7}	1.50×10^{-6}

5 结 论

5.1 建立了 Joule 效应径向加热与 Peltier 效应致冷补偿相结合,在微量热量计上测定含能材料导热系数及热扩散率的装置与方法。

5.2 采用该装置测定了六种塑料粘结炸药及四种标准物质的热扩散率及导热系数,其中聚四氟乙烯,石英玻璃、有机玻璃和高密聚乙烯四种标准物质的导热系数及热扩散率与文献值之差分别在 0.8% 及 0.4% 以内。

5.3 本方法测定不平衡热及径向热流的相对标准偏差分别为 0.4% 及 0.1%,测定含能材料导热系数及热扩散率的总相对标准偏差在 1.2% 以内。

5.4 圆筒体试样内外半径及不平衡热的测定误差是影响导热系数及热扩散率测定准确度的主要因素。

5.5 本方法适用于导热性较差的材料(如火炸药、烟火药、推进剂、高分子材料等)的导热系数及热扩散率的测定。

参 考 文 献

- 1 Calvet E. Recent Progress in Microcalorimetry. Pergamon Press, 1963.
- 2 陈学林, 楚士晋. 含能材料, 1993, 1(1): 31~36
- 3 Dean J A. Lange's Handbook of Chemistry. Mcgraw Hill, Inc, New York, 1979. 7~453
- 4 Touloukian Y S, Powell R W, Ho C Y, Klenems P G. Thermophysical Properties of Matter, Vol. I, IHI/Plenum, New York-Washington, 1970. 962
- 5 Touloukian Y S, Powell R W, Ho C Y, Klenems P G. Thermophysical Properties of Matter. Vol. I, IHI/Plenum, New York-Washington, 1970. 190
- 6 Ke B. Thermal Analysis of High Polymers. New York: Interscience Inc., 1964: 160
- 7 董海山, 周芬芬. 高能炸药及其相关物性性能. 北京: 科学出版社, 1989. 21

MICROCALORIMETRY DETERMINATION OF THERMAL CONDUCTIVITY AND DIFFUSIVITY OF ENERGETIC MATERIALS

Chen Xuelin Chu Shijin Qin Jiao Tang Shuihua

(Institute of Chemical Materials, CAEP, Chengdu 610003)

ABSTRACT The radius heating by Joule effect and cooling compensation of Peltier effect are used together to set up a device and a method to determine the thermal conductivity, λ , and diffusivity, α , of energetic materials by means of microcalorimetry. The λ and α values of 10 materials, including four standards (PTFE, PMMA, quartz glass,

high density polyethylene) and six polymer bonded explosives (JH-9105, JOB-9003, JO-9159, JO-9185, JB-9001 and JOB-9006), were determined at 298. 2K. The experimental data analysis shows that the deviations of λ and α of 4 standard substances are less than 0. 8% and 0. 4% respectively compared with those in the known references. The relative standard deviation of determining unequilibrium heat and radius flux are correspondingly higher than 0. 4% and 0. 1%. The overall relative standard deviations of determined λ and α are within the range of 1. 2%. The determination errors of the unequilibrium heat and the internal and external radii of the cylinder sample are the major factors affecting the accuracy of determining the λ and α .

KEYWORDS thermal conductivity, thermal diffusivity, microcalorimetry, error analysis.