

文章编号: 1006-9941(xxxx)0x-0001-06

# TATB 基 PBX 双曲 Drucker-Prager 强度准则适用性分析

袁洪魏, 赵龙, 董天宝, 颜熹琳, 唐维

(中国工程物理研究院化工材料研究所, 四川 绵阳 621999)

**摘要:** 为准确建立三氨基三硝基苯(TATB)基高聚物粘接炸药(PBX)材料的强度准则,通过自主研发的主动围压试验机获取了不同温度(22.5, 35, 50 °C),不同围压(0~10 MPa)下材料的强度;根据单轴拉伸、单轴压缩以及围压压缩实验数据,采用传统 Drucker-Prager(D-P)以及双曲 D-P 强度准则分别建立了不同温度下 TATB 基 PBX 材料的强度模型,并分析了其对于强度实验数据的预测精度。结果表明,双曲 D-P 强度准则对于 22.5, 35, 50 °C 下强度实验数据的预测相对误差最大分别为 2.41%, 3.46%, 5.22%,均方根误差分别为 0.42, 0.38, 0.44 MPa, 优于传统 D-P 强度准则结果;对于间接三轴拉伸和压缩破坏应力状态的预测,其相对误差分别为 4.93% 和 12.14%,总体上均优于传统 D-P、Mohr-Column、双剪以及单轴强度准则。考虑中主应力影响且处处正则的双曲 D-P 强度准则能准确预测不同温度下 TATB 基 PBX 材料的强度特性。

**关键词:** 主动围压;双曲 Drucker-Prager(D-P)强度准则;高聚物粘接炸药(PBX)

中图分类号: TJ55;O03

文献标志码: A

DOI: 10.11943/CJEM2018102

## 1 引言

高聚物粘接炸药(Polymer Bonded Explosive, PBX)作为一种结构件需承受一定的载荷作用,建立准确的 PBX 材料强度准则对于结构件的安全及可靠性评估至关重要。目前工程中常采用单轴强度(Uniaxial Strength)准则,即当材料第一或第三主应力到达单轴拉伸或压缩强度时即判别材料失效<sup>[1]</sup>。但 PBX 材料服役环境处于复杂应力条件中,且围压对于压缩强度影响显著,简单的单轴强度准则显然不再适用,需要建立适用于复杂应力环境下 PBX 材料的强度模型。

复杂应力环境下强度模型数量众多<sup>[2]</sup>,应用广泛的有 Mises 强度准则<sup>[3]</sup>、Mohr-Column 强度准则<sup>[3]</sup>、双剪强度(Twin Shear)准则<sup>[4]</sup>、Drucker-Prager(D-P)强度准则<sup>[5]</sup>等。Mises 强度准则不能考虑静水压力的影响以及拉压异性的特性,不适于 PBX 强度准则的建

立。美国洛斯阿拉莫斯实验室采用 Mohr-Column 准则描述了 PBX-9501 的破坏模型<sup>[6]</sup>,国内唐维<sup>[7-8]</sup>也采用 Mohr-Column 强度准则建立了 TATB 基 PBX 的强度模型,但是该准则不能考虑中间主应力影响,且该准则屈服面含奇异点,并非处处正则。同时他采用双剪强度准则建立了 TATB 基 PBX 的强度模型,但该准则参数太多、形式复杂,且其预测精度也需进一步提高。D-P 强度准则克服了 Mises 准则不能考虑静水压力影响同时也克服了 Mohr-Column 准则不能考虑中间主应力影响的弱点,得到了广泛的应用<sup>[5, 8-11]</sup>。唐维<sup>[8]</sup>也采用 D-P 强度准则建立了 TATB 基 PBX 的强度模型,但其描述精度有待进一步提高。该准则主要描述压剪区强度特性,为了压剪区和拉剪区的精确描述,需要对传统的 D-P 强度准则进行修正。常用的修正方法是分段法<sup>[10-11]</sup>,即拉剪区和压剪区分别进行描述,但是在接壤处易出现新的奇异点,且表达形式过于复杂。李平恩等<sup>[11]</sup>采用双曲旋转面近似替代 D-P 圆锥面以修正拉剪区,提出了双曲 D-P 强度准则,又称 D-P-Y 强度准则,既能对拉剪区进行修正,且形式简单,也满足处处正则的要求,有望应用于 PBX 材料。

本研究采用自主研发的主动围压试验机开展不同温度不同围压下的 TATB 基 PBX 强度实验,然后基于不同围压下压缩强度以及单轴强度数据,分析传统

收稿日期: 2018-04-18; 修回日期: 2018-06-08

网络出版日期: 2018-09-06

基金项目: 国家自然科学基金资助(11604309)

作者简介: 袁洪魏(1992-),男,研究实习员,主要从事含能材料力学行为研究。e-mail: yuanhw@caep.cn

通信联系人: 唐维(1981-),男,副研究员,主要从事含能材料力学行为研究。e-mail: tangwei@caep.cn

引用本文: 袁洪魏,赵龙,董天宝,等. TATB 基 PBX 双曲 Drucker-Prager 强度准则适用性分析[J]. 含能材料, DOI:10.11943/CJEM2018102.

YUAN Hong-wei, ZHAO Long, DONG Tian-bao, et al. Applicability Analysis of Hyperbolic Drucker-Prager Strength Criterion for TATB-based PBX[J]. *Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao)*, DOI:10.11943/CJEM2018102.

D-P 强度准则以及双曲 D-P 强度准则对于 TATB 基 PBX 材料的适用性。

## 2 实验部分

### 2.1 实验方法

材料为 TATB 基 PBX, 中国工程物理研究院化工材料研究所制备, 由 TATB 炸药晶体与 F2314 粘结剂通过等静压制而成, 然后机械加工为  $\Phi 20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$  的圆柱体样品。

采用自主研发的主动围压试验机, 开展了不同围压 (0, 2, 4, 6, 8, 10 MPa) 不同温度 (22.5, 35, 50 °C) 下 TATB 基 PBX 材料的准静态围压压缩实验, 加载速率为  $0.5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ , 获取其应力应变曲线。该机主动围压范围为 0~30 MPa, 精度 1 级, 显示分辨率优于 0.01 MPa; 温度控制范围为环境温度至 60 °C, 精度 1 级, 显示分辨率优于 0.1 °C; 轴向最大加载载荷 30 kN, 精度 1 级, 分辨率 1 N。

### 2.2 实验数据

不同温度下 TATB 基 PBX 材料的压缩应力-应变曲线的规律相似, 因此仅展示 50 °C 时不同围压下的压缩应力-应变曲线 (见图 1)。由图 1 可见, 材料的压缩破坏强度随着围压的增加逐渐增大, 且屈服段逐渐增长。提取不同围压不同温度下材料的压缩破坏强度, 同时结合单轴拉伸和压缩实验数据, 得到图 2。由图 2 可知, 其强度随着温度的升高逐渐下降, 材料压缩强度随围压的增加呈线性增加。

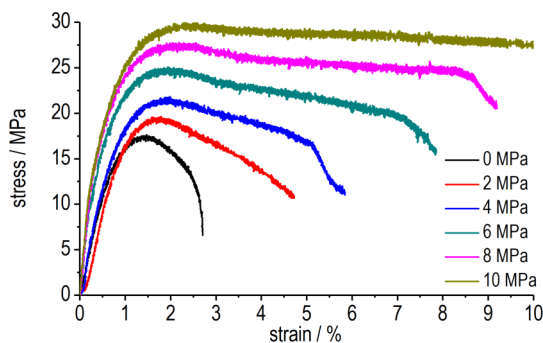


图 1 50 °C 时不同围压下 TATB 基 PBX 压缩应力-应变曲线

Fig. 1 Compression stress-strain curves of TATB-based PBX under different confining pressures at 50 °C

## 3 传统 D-P 强度准则适用性分析

### 3.1 强度模型

传统 D-P 强度准则<sup>[5]</sup>表达式如下:

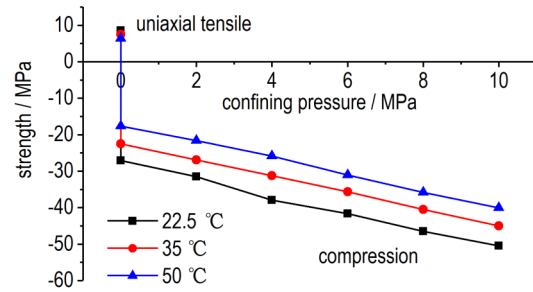


图 2 不同温度下 TATB 基 PBX 强度随围压变化曲线

Fig. 2 Change in the strength of TATB-based PBX with confining pressures at different temperatures

$$F = \sqrt{J_2} + \alpha I_1 - k = 0 \quad (1)$$

式中,  $\alpha$  与  $k$  为 D-P 强度准则参数。  $I_1$  为应力张量第一不变量, MPa,  $J_2$  为应力偏张量第二不变量,  $\text{MPa}^2$ , 其公式如下:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] \quad (2)$$

式中,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  分别为第一、第二、第三主应力, MPa。

当采用传统 D-P 强度准则 (式 (1)) 来描述 TATB 基 PBX 强度模型时, 其参数确定方法有两种, 一是通过单轴拉伸强度与单轴压缩强度数据来确定模型参数<sup>[8]</sup> (D-P criterion I), 另一种方法是根据压剪区数据进行线性拟合, 即参数确定时不计单轴拉伸强度点<sup>[10]</sup> (D-P criterion II)。不同温度下两种方法得到的强度模型参数如表 1 所示。

表 1 不同温度下 D-P criterion I 和 D-P criterion II 参数

Table 1 Parameters of D-P criterion I and D-P criterion II under different temperatures

strength criteria	temperature / °C	$\alpha$	$k$
D-P criterion I	22.5	0.30	7.51
	35	0.29	6.48
	50	0.27	5.41
D-P criterion II	22.5	0.18	11.01
	35	0.17	9.12
	50	0.17	6.96

Note:  $\alpha$  and  $k$  are the parameters of D-P criterion.

不同温度下两种方法得到的强度模型屈服面在子午面 ( $\sqrt{J_2} - I_1$ ) 上如图 3 所示, D-P criterion I 描述误差随着围压的增大而增大, 因此其不能准确考虑静水压力对于强度准则的影响; D-P criterion II 物理意义更为明确, 但传统 D-P 准则作为 Mohr-Column 准则的

延伸,其主要为描述压剪区的强度模型<sup>[11]</sup>,在拉剪区误差较大。

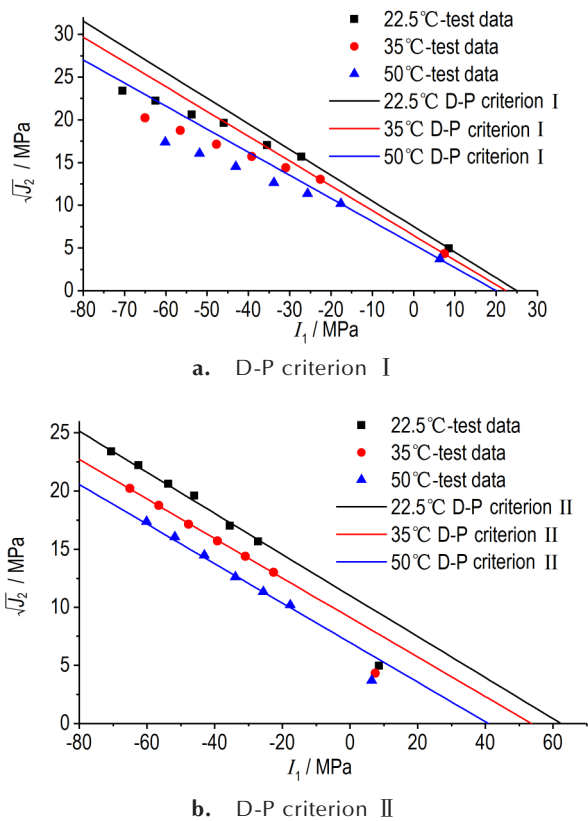


图3 传统D-P强度准则屈服面

Fig.3 Yield surface of traditional D-P strength criterion

### 3.2 误差分析

为定量表征强度模型的描述精度,采用相对误差和均方根误差来表示强度模型的预测误差。相对误差 $e_r$ 表示为,

$$e_r = \max \left| \frac{\sigma_i^t - \sigma_i^c}{\sigma_i^t} \right| \times 100\% \quad (3)$$

均方根误差 $e_\sigma$ 表示为,

$$e_\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\sigma_i^t - \sigma_i^c)^2}{n}} \quad (4)$$

式中, $\sigma_i^t$ 表示实验获得的第一或第三主应力,MPa; $\sigma_i^c$ 表示计算获得的第一或第三主应力,MPa; $n$ 为强度数据数量。

D-P criterion I 和 D-P criterion II 的描述精度如表2所示,两种确定方法均不能令传统D-P准则高精度地描述TATB基PBX强度特性。与此同时,传统D-P强度准则在屈服面上存在奇异点(即三轴等拉点),不满足正定性条件。

表2 不同温度下D-P criterion I 和D-P criterion II 预测误差

Table 2 Prediction error of D-P criterion I and D-P criterion II at different temperatures

temperature / °C	D-P criterion I		D-P criterion II	
	$e_\sigma$ / MPa	$e_r$ / %	$e_\sigma$ / MPa	$e_r$ / %
22.5	10.67	37.99	1.81	70.68
35	10.15	39.59	1.79	63.10
50	7.85	34.60	1.19	45.92

Note:  $e_\sigma$  and  $e_r$  are the root-mean-square error and maximum relative error of stress, respectively.

## 4 双曲D-P强度准则适用性分析

### 4.1 强度模型

双曲D-P强度准则<sup>[11]</sup>表达式如下,

$$F = \sqrt{J_2 + m^2 k^2} + \alpha I_1 - k = 0 \quad (5)$$

式中, $\alpha$ 与 $k$ 物理意义与传统D-P强度准则相同,

$m = 1 - \frac{\alpha \sigma_t}{k}$ ,为小于1的正实数。本研究将表1中的

强度实验数据采用式(5)通过Origin软件非线性拟合,得到各参数的数值,如表3所示,且其拟合精度均高于99.7%。

表3 不同温度下双曲D-P强度准则的参数取值

Table 3 Values of variables in hyperbolic D-P strength criterion at different temperatures

temperature / °C	$a$	$k$	$m$	Adj.R-S / %
22.5	0.09482	30.71334	0.96205	99.716
35	0.11836	18.98979	0.92298	99.804
50	0.14721	10.67875	0.83578	99.729

Note:  $\alpha$ ,  $k$  and  $m$  are the parameters of hyperbolic D-P criterion. Adj.R-S respects the fitting accuracy.

图4为采用双曲D-P强度准则描述22.5 °C、35 °C以及50 °C时TATB基PBX屈服面,由图4可知,双曲D-P强度准则能很好地描述强度实验数据,并且随着温度的升高,其屈服面逐渐缩小。

### 4.2 误差分析

双曲D-P强度准则描述精度如表4所示,不同温度下预测结果最大相对误差为5.22%,最大均方根误差为0.44 MPa,远小于传统D-P强度准则预测误差(见表2)。结果表明双曲D-P强度准则能准确描述PBX材料的强度特性,验证了双曲D-P强度准则在不同温度下对于TATB基PBX破坏应力预测的适用性。

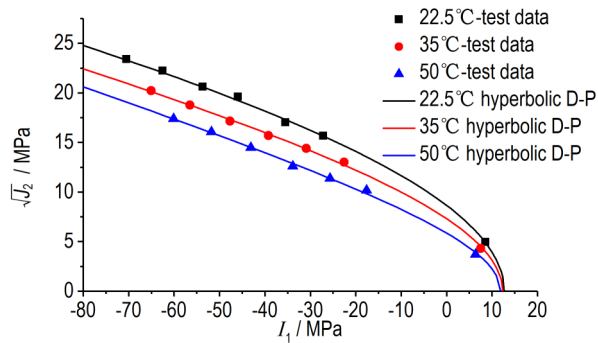


图4 不同温度下双曲 D-P 强度准则屈服面

Fig.4 Yield surface of hyperbolic D-P criterion at different temperatures

表4 不同温度下双曲 Drucker-Prager 强度准则预测误差

Table 4 Prediction error of hyperbolic D-P strength criterion at different temperatures

temperature / °C	$e_\sigma$ / MPa	$e_r$ / %
22.5	0.42	2.41
35	0.38	3.46
50	0.44	5.22

Note:  $e_\sigma$  and  $e_r$  are the root-mean-square error and maximum relative error of stress, respectively.

### 4.3 传统 D-P 与双曲 D-P 强度准则对比

由于不同温度下材料强度准则屈服面规律相似,故取 22.5 °C 时不同强度准则屈服面进行对比,如图 5 所示,式(1)中参数  $\alpha$  在图中表示其斜率,参数  $k$  表示  $I_1 = 0$  时的截距,屈服线与  $x$  轴交点表示三轴等拉强度点。相较于传统 D-P 强度准则,双曲 D-P 强度准则能同时准确描述不同围压下的压缩强度以及单轴拉伸强度。

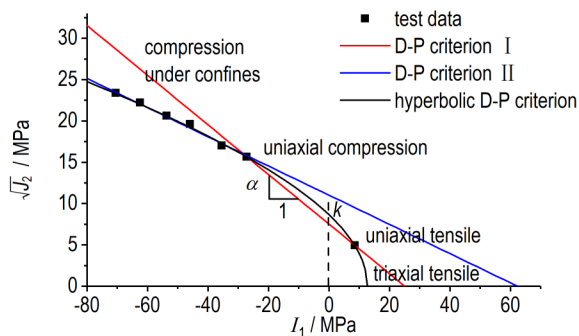


图5 22.5 °C 时传统 D-P 与双曲 D-P 强度准则屈服面对比

Fig.5 Comparison of the yield surface of traditional D-P strength criterion and hyperbolic D-P strength criterion at 22.5 °C

### 4.4 间接破坏应力预测误差

采用唐维<sup>[7-8]</sup>间接三轴压缩和拉伸破坏应力的数据进一步分析双曲 D-P 强度准则对于 TATB 基 PBX 材

料的适应性,其三轴破坏主应力及双曲 D-P 强度准则预测结果如表 5 所示。

表5 TATB 基 PBX 材料间接三轴破坏应力

Table 5 Indirect triaxial failure stresses for TATB-based PBX material

	tested data <sup>[7-18]</sup>			calculated
	$\sigma_1$ /MPa	$\sigma_2$ /MPa	$\sigma_3$ /MPa	$\sigma_i^c$ /MPa
compression	-4.699	-10.655	-51.047	-44.85
tension	7.5536	2.9774	0.6419	7.1813

Note:  $\sigma_1, \sigma_2$  and  $\sigma_3$  are the three principle stresses;  $\sigma_i^c = \sigma_1^c$  for tension and  $\sigma_i^c = \sigma_3^c$  for compression.

不同强度准则对于间接破坏应力预测误差如表 6 所示,双曲 D-P 强度准则,虽对于间接压缩应力状态的预测误差稍大于 Mohr-Coulomb 强度准则和双剪强度准则,但是其误差仅为 12.14%,依然满足工程需要,且对于间接拉伸应力状态的预测误差仅为 4.93%,远优于其他四种强度准则,且满足正定性要求。

表6 应用不同强度准则预测间接破坏应力的预测误差

Table 6 Prediction error of different strength criteria for indirect breaking stress

strength criteria	number of undetermined variables	relative error of indirect compression/%	relative error of indirect tension/%
		12.14	4.93
hyperbolic D-P	3	12.14	4.93
traditional D-P	2	29.1 <sup>[7]</sup>	10.01
uniaxial	2	77.8 <sup>[7]</sup>	16.9 <sup>[8]</sup>
Mohr-Coulomb	2	10.5 <sup>[7]</sup>	19.62 <sup>[8]</sup>
Twin-shear	5	10.9 <sup>[7]</sup>	24.56 <sup>[8]</sup>

## 5 结论

(1) 不同温度下传统 D-P 强度准则预测得到的最大相对误差均大于 30%,且最大已达到 70.68%,不能满足工程需要。

(2) 双曲 D-P 强度准则在 22.5, 35, 50 °C 下强度实验数据的预测相对误差最大分别为 2.41%, 3.46% 和 5.22%, 均方根误差分别为 0.42, 0.38, 0.44 MPa, 优于传统 D-P 强度准则; 其对于间接三轴拉伸以及压缩破坏应力状态的预测, 其误差为分别为 4.93% 和 12.14%, 总体上均优于传统 D-P、双剪、单轴强度、Mohr-Coulomb 等四种强度准则。

(3) 双曲 D-P 强度准则适用于 TATB 基 PBX 材料强度模型的建立, 满足工程需要。



## 参考文献:

- [1] 唐维, 颜熹琳, 李明, 等. 基于间接三轴拉伸破坏试验的某 TATB 基 PBX 强度准则适应性分析[J]. 含能材料, 2015(6): 532-536.  
TANG Wei, YAN Xi-lin, LI Ming, et al. Adaptability analysis of strength criterion on TATB based PBX by indirect triaxial tensile collapse test [J]. *Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao)*, 2015(6): 532-536.
- [2] 俞茂宏. 强度理论百年总结[J]. 力学进展, 2004, 34(4): 529-560.  
YU Mao-hong. Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th century [J]. *Advances in Mechanics*, 2004, 34(4): 529-560.
- [3] 俞茂宏, 管月稳, 范文, 等. 20 世纪岩石强度理论的发展—纪念 Mohr-Coulomb 强度理论 100 周年[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(5): 545-550.  
YU Mao-hong, ZAN Yue-wen, FAN Wen, et al. Advances in strength theory of rock in 20 century [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, 19(5): 545-550.
- [4] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 199-217.  
YU Mao-hong. Twin shear theory and its application [M]. Beijing: Science Press, 1998: 199-217.
- [5] Drucker D C, Prager W. Solid mechanics and plastic analysis or limit design [J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1952, 10(2): 157-165.
- [6] Ralph Robert Stevens. A strength model and service envelope for PBX 9501 [R]. LA-UR-14-20696, 2014.
- [7] 唐维. TATB 基 PBX 炸药的准静态本构模型与强度准则[D]. 南京: 南京理工大学, 2016.  
TANG Wei. Constitutive models and strength criterions of a TATB-based PBX under quasi-static loading [D]. Nanjing: Nanjing University of Science & Technology, 2016.
- [8] 唐维, 李明, 温茂萍, 等. 四种强度准则在高聚物粘结炸药强度分析中的适应性[J]. 固体力学学报, 2013, 34(6): 56-61.  
TANG Wei, LI Ming, WEN Mao-ping, et al. Adaptability of four strength criterions in polymer bonded explosives strength analysis [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2013, 34(6): 56-61.
- [9] 邓楚键, 何国杰, 郑颖人. 基于 M-C 准则的 D-P 系列准则在岩土工程中的应用研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(6): 735-739.  
DENG Chu-jian, HE Guo-jie, ZHENG Ying-ren. Studies on Drucker-Prager yield criterions based on M-C yield criterion and application in geotechnical engineering [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, 28(6): 735-739.
- [10] 周永强, 盛谦, 刘芳欣, 等. 一种修正的 Drucker-Prager 屈服准则[J]. 岩土力学, 2016, 37(6): 1657-1664.  
ZHOU Yong-qiang, SHENG Qian, LIU Fang-xin, et al. A study of modified Drucker-Prager yield criterion [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(6): 1657-1664.
- [11] 李平恩, 殷有泉. Drucker-Prager 准则在拉剪区的修正[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(增刊): 3029-3033.  
LI Ping-en, YIN You-quan. Modification of Drucker-Prager criterion in tensile shear region [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, 29(Suppl.): 3029-3033.

## Applicability Analysis of Hyperbolic Drucker-Prager Strength Criterion for TATB-based PBX

YUAN Hong-wei, ZHAO Long, DONG Tian-bao, YAN Xi-lin, TANG Wei

(Institute of Chemical Materials, CAEP, Mianyang 621999, China)

**Abstract:** To accurately establish the strength criterion of TATB-based PBX materials, the strength data under different confining pressures (0-10 MPa) and different temperatures (22.5, 35, 50 °C) were obtained through the self-developed active confining pressure tester. Based on the experimental data of uniaxial tension, uniaxial compression and confining pressure compression, traditional Drucker-Prager (D-P) and hyperbolic D-P strength criteria were used to establish the strength model of TATB-based PBX at different temperatures, and the prediction accuracy for experimental strength data was analyzed. Results show that the maximum relative errors of the hyperbolic D-P strength criterion at 22.5, 35 °C and 50 °C are 2.41%, 3.46% and 5.22%, respectively, and the root mean square errors are 0.42, 0.38 MPa, and 0.44 MPa, respectively, which are better than those of the traditional D-P strength criterion. The relative errors for the prediction of indirect triaxial tensile and compressive failure stress are 4.93% and 12.14% respectively and they are superior to the traditional D-P, Mohr-Coulomb, twin shear and uniaxial strength criteria. The hyperbolic D-P strength criterion of considering the influence of middle principal stress and being everywhere regular, can accurately predict the strength characteristics of TATB-based PBX materials at different temperatures.

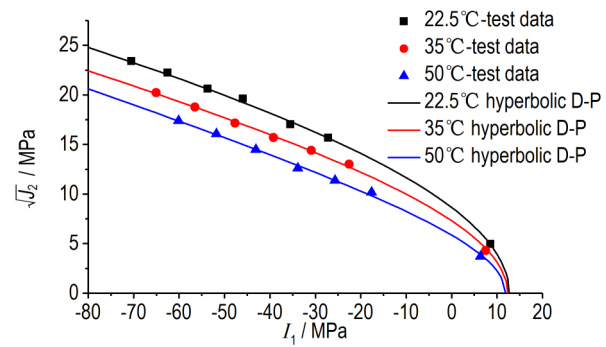
**Key words:** active confining pressure; hyperbolic Drucker-Prager (D-P) strength criterion; polymer bonded explosive (PBX)

**CLC number:** TJ55; O03

**Document code:** A

**DOI:** 10.11943/CJEM2018102

图文摘要:



Strength model of TATB-based PBX was established based on the hyperbolic Drucker-Prager strength criterion which considering the influence of middle principal stress and being everywhere regular.