

文章编号:1006-9941(2024)02-0133-09

## 考虑细观损伤的推进剂粘弹性多尺度本构模型研究

乌布力艾散·麦麦提图尔荪<sup>1</sup>,周涛<sup>2</sup>,吴艳青<sup>1</sup>,侯晓<sup>3</sup>,周程哲<sup>2</sup>

(1. 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081; 2. 中国航天科技集团第四研究院西安航天化学动力有限公司, 陕西 西安 710025; 3. 北京理工大学宇航学院, 北京 100081)

**摘要:** 为了深入研究固体推进剂细观损伤行为及其宏观力学性能的影响,在223~333 K温度下对硝酸酯增塑聚醚推进剂(NEPE)推进剂开展了单轴拉伸和应力松弛试验,获得了相应的应力应变曲线及松弛模量主曲线。在有限变形下开发了考虑细观损伤的非线性粘弹性本构模型,该模型通过将微空洞演化与温度、应变率、围压及循环加载损伤等因素关联实现对推进剂力学性能的多尺度分析。通过有限元软件ABAQUS对模型进行了二次开发,并基于试验数据确定了模型参数,之后将模型应用于预测推进剂在不同加载下的力学响应。结果表明,该模型能够准确预测推进剂在宽温(223~333 K)和加载速率(1~200 mm·min<sup>-1</sup>)下的单轴拉伸响应,并且适用于循环加载、围压试验和双轴加载试验,验证了该模型在复杂应力状态下的有效性。该模型所需参数较少且易于嵌入商用软件,可为发动机推装药结构完整性的多尺度分析提供一定的理论指导。

**关键词:** 固体推进剂;细观损伤;多尺度本构模型;非线性粘弹性;围压;双轴拉伸

中图分类号:TJ55;V512

文献标志码:A

DOI:10.11943/CJEM2023220

## 0 引言

固体推进剂作为固体火箭发动机的关键组成部分,其力学性能被视为主要性能指标之一,对发动机的综合性能有着重要影响<sup>[1]</sup>。准确预测推进剂在不同工况下的力学响应对于发动机的结构完整性及寿命评估具有重要的理论和工程价值。作为一种高填充颗粒复合材料,推进剂通常由高分子黏合剂和含能填料组成,在细观层面呈现出明显的非均匀性,导致其力学性能不仅与外部载荷(如温度、应变率、围压和变形历史)相关<sup>[2-3]</sup>,而且与内部因素(如细观结构特征、组分参数、相界面性质)密切相关<sup>[4-5]</sup>。为了揭示推进剂变形过程中的应力响应及损伤演化过程,通常采用含颗粒-相界面-黏合剂“三相”细观模型<sup>[6-8]</sup>。细观模型能够直观地

描述组份含量、颗粒级配及初始缺陷等对推进剂力学性能影响,从而为深入理解推进剂损伤演化的物理机制提供重要参考。然而,确定推进剂相界面力学参数的程序复杂、成本高,计算效率较低<sup>[9-10]</sup>;而且由于各组分之间的刚度不匹配导致计算收敛性困难,因此目前的研究仅针对相对较低的固体含量(0.1~0.4)或较小的变形(如应变1%~12%)进行,与实际工况存在较大的差距<sup>[11]</sup>。此外,过多的微观细节会限制细观模型在发动机装药的应力分析中的适用性。

为了兼顾推进剂细观损伤演化及计算效率,Xu等<sup>[12]</sup>基于细观力学均匀化方法,采用“自下而上”的思路提出了一种以孔隙率为损伤变量的粘弹性本构方程;而Hur等<sup>[13]</sup>、王贵军等<sup>[14]</sup>在此基础上,引入循环加载损伤函数和温度项进一步提高了模型适用范围,然而损伤函数表达式和参数需要通过宏观试验反复拟合,适用的变形范围较小,对于复杂应力状态的适用性有限。Lei等<sup>[15-16]</sup>采用单颗粒几何参数“归一化裂纹长度”作为损伤变量表征了颗粒/黏合剂相界面脱粘程度,并将温度/应变率相关失效判据引入模型中,实现了非线性粘弹性本构与失效断裂统一,但尚未讨论模型在循环载荷及围压作用下的实用性。Wubuliain

收稿日期:2023-10-18;修回日期:2023-11-16

网络出版日期:2023-12-05

基金项目:国家自然科学基金(U22B20131)

作者简介:乌布力艾散·麦麦提图尔荪(1991-),男,主要从事固体推进剂宏观细观力学性能研究。e-mail:wublaisn@163.com

通信联系人:吴艳青(1974-),女,教授,主要从事高能炸药及推进剂力学及安全性研究。e-mail:wuyqing@bit.edu.cn

引用本文:乌布力艾散·麦麦提图尔荪,周涛,吴艳青,等.考虑细观损伤的推进剂粘弹性多尺度本构模型研究[J].含能材料,2024,32(2):133-141.

MAIMAITIERSUN Wubuliain, ZHOU Tao, WU Yan-qing, et al. A Multiscale Viscoelastic Constitutive Model for Solid Propellants Considering Microscale Damage[J]. Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao), 2024, 32(2):133-141.

等<sup>[17]</sup>从细观模型中量化提取“脱粘比”和体积膨胀率并引入到应变能密度函数中,表征了脱湿及黏合剂自身损伤对推进剂力学性能的影响;模型在一定程度上把细观结构变化与推进剂的宏观力学行为联系起来,实现了推进剂力学性能的多尺度分析,然而并未对模型在复杂载荷(如不同温度)下的预测能力进行讨论。

考虑到推进剂大变形和实际工程需求,Tunç等<sup>[18]</sup>在连续介质理论框架中引入细观损伤函数,基于刚度折减法建立了推进剂超弹性-粘弹性本构模型。该模型将应变能分解为体量与偏量部分推导应力,并引入基于空隙率的经验公式以描述推进剂应力软化、循环损伤等特性。Yun等<sup>[19]</sup>采用与Tunç类似的思路,基于粘弹性脱湿准则建立了推进剂含损伤本构模型,并成功捕捉了双轴板条加载和变温下的体积膨胀和应力软化现象。Kumar等<sup>[20]</sup>开发了一种超弹粘弹性本构模型,揭示了推进剂从不可压缩转变为可压缩状态过程。Kantor等<sup>[21]</sup>通过将应力三轴度相关损伤准则引入超弹粘弹性本构中,分析了推进剂损伤演化与应力状态的相关性。孟红磊等<sup>[22]</sup>、Xu等<sup>[23]</sup>、Wang等<sup>[24]</sup>及Talebi等<sup>[25]</sup>基于Schapery理论<sup>[26]</sup>,通过引入了损伤内变量和软化函数开发了推进剂含损伤本构模型,并采用ABAQUS软件UMAT子程序进行了计算。上述模型大多采用“自上而下”的方法,主要关注推进剂的宏观力学特性,虽然在一定程度上能呈现温度、应变率、围压及循环加载对推进剂力学性能及损伤演化的影响,然而,由于经验性模型参数缺乏明确物理意义,难以刻画推进剂真实细观损伤演化过程。

本研究基于推进剂细观结构及粘弹性特性,在有限变形下提出一种考虑细观损伤的粘弹性多尺度本构模型。该模型考虑推进剂力学性能的温度、应变率、压力相关性及循环加载过程中的应力软化。首先基于商用软件ABAQUS编写了UMAT子程序,并通过试验数据确定了模型参数。之后采用不同载荷下的高能推进剂试验数据对模型的预测能力及可靠性进行了验证。该模型所需参数较少且实施难度小,可为发动机推装药结构完整性的多尺度分析提供一定的理论指导。

## 1 含损伤粘弹性多尺度模型

本研究约定 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 分别代表标量、二阶张量和四阶张量;上标 $T$ 表示张量的转置,上标点表示对时间的导数。在有限变形下,变形梯度张量 $F$ 的偏量部分可表示为<sup>[27]</sup>:

$$\bar{F} = J^{-1/3} F \quad (1)$$

式中 $J = \det F$ ,即为体积比。根据式(1)可得到右Cauchy-Green张量及其偏量部分:

$$C = F^T F, \quad \bar{C} = \bar{F}^T \bar{F} \quad (2)$$

此时 $\bar{C}$ 的第一、第二不变量可表示为:

$$\bar{I}_1 = \text{tr } \bar{C}, \quad \bar{I}_2 = \frac{1}{2} \left[ (\text{tr } \bar{C})^2 - \text{tr}(\bar{C}^2) \right] \quad (3)$$

### 1.1 超弹性框架

推进剂往往呈现出大变形且卸载后形变基本恢复的力学特性,因此可通过应变能密度函数推导其(超)弹性响应。首先将应变能密度函数分解为体量 $\phi$ 和偏量 $\varphi$ 部分之和<sup>[17]</sup>:

$$W(\bar{I}_1, \bar{I}_2, J) = d(c) \cdot \varphi(\bar{I}_1, \bar{I}_2) + \phi(J) \quad (4)$$

式中 $d(c) \in (0, 1]$ ,代表推进剂损伤程度; $c$ 为微空洞含量,将在下文进行推导。

根据式(4)得到弹性第二Piola-Kirchhoff(PK2)应力张量 $S^e$ 的体量 $S_{vol}^e$ 和偏量 $S_{iso}^e$ 部分<sup>[27]</sup>:

$$S_{vol}^e = 2 \frac{\partial \phi}{\partial C} = 2 \frac{\partial \phi}{\partial J} \frac{\partial J}{\partial C} \quad (5)$$

$$S_{iso}^e = 2 \frac{\partial \varphi(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\partial C} = 2 \frac{\partial \varphi(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\partial \bar{C}} : \frac{\partial \bar{C}}{\partial C} \quad (6)$$

根据张量运算规则及链式法重写式(5):

$$S_{vol}^e = 2 \frac{\partial \phi}{\partial C} = \frac{\partial \phi}{\partial J} J C^{-1} = J P C^{-1} \quad (7)$$

类似地重写式(6):

$$\bar{S} = 2 \frac{\partial \varphi(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\partial \bar{C}} = \bar{\gamma}_1 I + \bar{\gamma}_2 \bar{C} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{C}}{\partial C} &= \frac{\partial (J^{2/3} C)}{\partial C} = J^{2/3} \left( I + J^{2/3} C \otimes \frac{\partial J^{-2/3}}{\partial C} \right) \\ &= J^{2/3} \left( I - \frac{1}{3} C \otimes C^{-1} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $I$ 、 $I$ 分别为二阶和四阶单位张量; $\bar{\gamma}_1 = 2 \left( \frac{\partial \varphi(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\partial \bar{I}_1} + \bar{I}_1 \frac{\partial \varphi(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\partial \bar{I}_2} \right)$ ,  $\bar{\gamma}_2 = -2 \frac{\partial \varphi(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\partial \bar{I}_2}$ 。

此时式(6)可写成:

$$S_{iso}^e = J^{-2/3} P : \bar{S} \quad (10)$$

式中 $P = I - \frac{1}{3} C^{-1} \otimes C$ 。

### 1.2 粘弹性响应

根据对应原理<sup>[26]</sup>,粘弹性响应可通过对上述弹性PK2应力进行积分获得:

$$S_{vol} = \int_0^t k(t - \xi) \frac{\partial P}{\partial \xi} d\xi \quad (11)$$

$$\mathbf{S}_{\text{iso}} = \int_0^t g(t-\xi) \frac{\partial \mathbf{S}_{\text{iso}}^e}{\partial \xi} d\xi \quad (12)$$

式中,  $k(t)$  和  $g(t)$  是体积和剪切松弛函数; 一般情况下取  $k(t) = g(t)$ 。

当考虑温度效应时, 基于时-温等效原理可将式(11)和(12)中真实时间  $t$  和  $\xi$  替换为:

$$\eta(t) = \int_0^t \frac{d\tau}{a_T[T(\tau)]}, \quad \eta(\xi) = \int_0^\xi \frac{d\tau}{a_T[T(\tau)]} \quad (13)$$

式中,  $T$  为温度, 单位是 K;  $a_T$  为平移因子。

至此, 含损伤粘弹性 PK2 及对应的 Cauchy 应力可表示为:

$$\mathbf{S} = J S_{\text{vol}} \mathbf{C}^{-1} + d(c) \cdot \mathbf{S}_{\text{iso}} \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = S_{\text{vol}} \mathbf{I} + \frac{d(c)}{J} \mathbf{F} \mathbf{S}_{\text{iso}} \mathbf{F}^T \quad (15)$$

### 1.3 细观损伤

当推进剂在外载荷下发生损伤时, 相界面脱湿、黏合剂撕裂或颗粒断裂导致微空洞的形成, 从而导致其剪切模量和体积模量降低。假定固体推进剂的代表性体积单元中微空洞含量为  $c$ 、颗粒含量  $V_p$ , 那么基于细观力学 Hashin - Shtrikman 上下界均质化方法可得推进剂当前的剪切模量<sup>[12]</sup>:

$$G = d(c) \cdot G_0, \quad d(c) = f(c)/f(0), \quad f(c) = \frac{3(1-c)(2-2c+3V_p)}{2(1-c-V_p)(3+2c)} \quad (16)$$

式中,  $f(0)$  表示推进剂初始状态。

推进剂体积模量也可以采用类似的方法获得, 然而由于推进剂几乎不可压缩特性, 即使发生损伤后其体积模量比剪切模量大几个数量级, 因此采用唯象方法表示推进剂体积模量的变化<sup>[28]</sup>:

$$K = \frac{1-c}{1+\gamma \cdot c} K_0 \quad (17)$$

式中,  $\gamma$  为材料常数, 表示推进剂可压缩程度。

根据试验观测及理论分析, 假设微空洞演化随着形变增大而随着静水压  $S_{\text{vol}}$  减小<sup>[3,18]</sup>, 则:

$$\dot{c}(t) = e^{\alpha S_{\text{vol}}} \left[ (1-c) \dot{\varepsilon}_{\text{vol}} + \beta \dot{\varepsilon}_{\text{eq}}^n \right] \quad (18)$$

式中,  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $n$  为材料参数, 一般  $n$  取 1;  $\varepsilon_{\text{vol}}$  为体积应变,  $\varepsilon_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{2}{3} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{dev}} : \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{dev}}}$  为等效应变,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{dev}}$  为偏应变。从

式(18)可以看出, 推进剂力学性能呈现拉压不对称性, 其主要原因在不同状态下相界面脱湿程度有所不同。需要说明的是, 在卸载过程中微空洞含量可能会减小, 然而由于已“脱湿”的相界面失去了承载能力, 本研究假设式(16)中的损伤函数  $d(c)$  为不减函数。

### 1.4 切线模量

隐式求解中需要提供切线模量, 即雅可比矩阵。考虑到带损伤粘弹性模型切线模量推导过程复杂, 本节采用类似于应力推导的步骤, 即先考虑弹性切线模量  $\mathbf{C}^e$  并分解为体量部分和偏量部分<sup>[27]</sup>:

$$\mathbf{C}^e = 2 \frac{\partial \mathbf{S}^e}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{C}_{\text{vol}}^e + \mathbf{C}_{\text{iso}}^e \quad (19)$$

根据张量运算法则及链式法则有:

$$\mathbf{C}_{\text{vol}}^e = 2 \frac{\partial (JPC^{-1})}{\partial \mathbf{C}} = J(P+J \frac{\partial P}{\partial J}) \mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{C}^{-1} - 2JPC^{-1} \odot \mathbf{C}^{-1} \quad (20)$$

式中:

$$(\mathbf{C}^{-1} \odot \mathbf{C}^{-1})_{ABCD} = \frac{1}{2} (\mathbf{C}_{AC}^{-1} \mathbf{C}_{BD}^{-1} + \mathbf{C}_{AD}^{-1} \mathbf{C}_{BC}^{-1}) \quad (21)$$

类似地, 偏量部分切线模量可表示为:

$$\mathbf{C}_{\text{iso}}^e = 2 \frac{\partial \mathbf{S}_{\text{iso}}^e}{\partial \mathbf{C}} = \mathbb{P} : \overline{\mathbf{C}} : \mathbb{P}^T + \frac{2}{3} \text{Tr}(J^{-2/3} \mathbf{S}_{\text{iso}}^e) \tilde{\mathbb{P}} - \frac{2}{3} (\mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{S}_{\text{iso}}^e + \mathbf{S}_{\text{iso}}^e \otimes \mathbf{C}^{-1}) \quad (22)$$

式中:

$$\overline{\mathbf{C}} = 4J^{-4/3} \frac{\partial^2 \varphi(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\partial \overline{\mathbf{C}} \partial \overline{\mathbf{C}}},$$

$$\text{Tr}(\bullet) = (\bullet) : \mathbf{C}, \quad \tilde{\mathbb{P}} = \mathbf{C}^{-1} \odot \mathbf{C}^{-1} - \frac{1}{3} \mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{C}^{-1} \quad (23)$$

考虑损伤时的弹性切线模量  $\mathbf{C}^{e,d}$  为:

$$\mathbf{C}^{e,d} = \mathbf{C}_{\text{vol}}^e + d(c) \cdot \mathbf{C}_{\text{iso}}^e \quad (24)$$

在真实应变下弹性切线模量  $\mathbf{C}^r$  为:

$$\mathbf{C}_{ijkl}^r = \frac{1}{J} F_{im} F_{jn} F_{kp} F_{lq} \mathbf{C}_{mnpq}^{e,d} + \delta_{ik} \sigma_{jl} + \delta_{jl} \sigma_{ik} \quad (25)$$

为了简单起见, 令

$$\mathbf{s} = g_\infty + \sum_{i=1}^m g_i \frac{\tau_i (1 - e^{-\Delta \eta / \tau_i})}{\Delta \eta} \quad (26)$$

结合式(24)~(26)可得带损伤粘弹性材料切线模量  $\mathbf{C}$  为:

$$\mathbf{C} = \mathbf{s} \mathbf{C}^r \quad (27)$$

从式(19)~(27)可以看出, 有限变形下含损伤粘弹性模型切线模量计算相当复杂, 为了提高模型实用性, 可采用 ABAQUS 内置 UHYPER 子程序令软件自动计算上述切线模量。

### 1.5 模型的选择

式(4)~(18)呈现了含细观损伤粘弹性模型的通用形式, 实际应用过程中可根据材料应力应变特性选择合适的函数简化计算。为了简单起见, 采用 Neo-Hookean 模型<sup>[5]</sup>作为应变能密度函数的偏量部分, 即:

$$\varphi(\bar{I}_1, \bar{I}_2) = \frac{G_0}{2} (\bar{I}_1 - 3) \quad (28)$$

应变能密度体量部分则采用如下形式:

$$\phi = \frac{1}{2} K (J_e - 1)^2, J = J_e J_{th} (1 + c) \quad (29)$$

式中,  $J_e$  和  $J_{th}$  分别为弹性响应及热膨胀引起的体积变化。

为了将模型更方便地应用到商用有限元软件中, 将松弛函数表示为 Prony 级数:

$$g(t) = g_\infty + \sum_{i=1}^m g_i e^{-t/\tau_i} \quad (30)$$

式中,  $k_i = g_i = E_i/E_0$ ,  $k_\infty = g_\infty = E_\infty/E_0$ ;  $E_0 = E_\infty + \sum_{i=1}^m E_i$

为推进剂为松弛模量; 初始泊松比取 0.4995。

式(13)中的平移因子  $a_T$  采用 WLF 方程表示:

$$\log a_T = \frac{-c_1(T - T_{ref})}{c_2 + (T - T_{ref})} \quad (31)$$

式中,  $c_1, c_2$  为常数,  $T_{ref}$  是参考温度。

## 2 试验方法及参数确定

### 2.1 试验方法

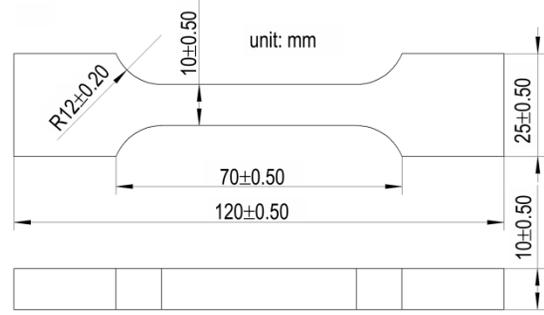
选用硝酸酯增塑聚醚(NEPE)推进剂作为研究对象进行试验, 其颗粒含量为 69.5%。首先根据 GB770B-2005 所规定的方法制取哑铃型推进剂试件, 其标距及横截面分别为 70 mm 及 10 mm×10 mm, 如图 1a 所示。之后采用 Instron5967 通用材料试验机进行测试, 每种条件进行 3 次重复试验, 取其平均作为最终结果。试验测试温度为 223~333 K, 其中低温试验使用液氮进行冷却; 为了确保温度均匀性, 被测试样在温控箱中至少保存 40 min, 如图 1b 所示。单轴拉伸、应力松弛及循环加载试验加载速率为 100 mm·min<sup>-1</sup>。为了在应力松弛试验中避免出现初始损伤, 根据行业标准 QJ 2487-1993 将初始恒定应变设定为 5%。单轴拉伸试验过程中利用 HIKVISION MV-CH120 相机进行同步记录, 并采用 VIC-2D 系统进行位移场处理, 最后采用数字图像相关技术(Digital image correlation, DIC)计算拉伸过程中试样体积变化。单轴拉伸条件下体积变化  $J$  可表示为<sup>[29]</sup>:

$$J = V/V_0 = (1 + \varepsilon_{||}) \cdot (1 + \varepsilon_{\perp})^2 \quad (32)$$

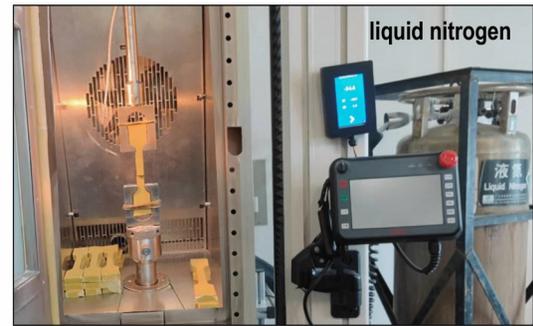
式中,  $V_0$  和  $V$  是初始及当前体积,  $\varepsilon_{||}$  为沿拉伸方向的应变,  $\varepsilon_{\perp}$  为垂直于拉伸方向的应变。

### 2.2 模型参数确定

由于应力松弛函数仅在 5% 的应变下进行, 认为推进剂尚未出现损伤。因此, 首先参考行业标准



a. dimensions of the sample



b. testing environment

图1 单轴拉伸试验

Fig.1 Experimental setup used in the uniaxial loading test

QJ 2487-1993, 通过对不同温度下的应力松弛曲线进行平移确定推进剂松弛模量主曲线, 并通过曲线拟合确定松弛函数式(30)的系数, 如图 2a 所示。此外, 根据不同温度下松弛曲线的平移距离, 获得式(31)中 WLF 方程的系数, 如图 2b 所示。

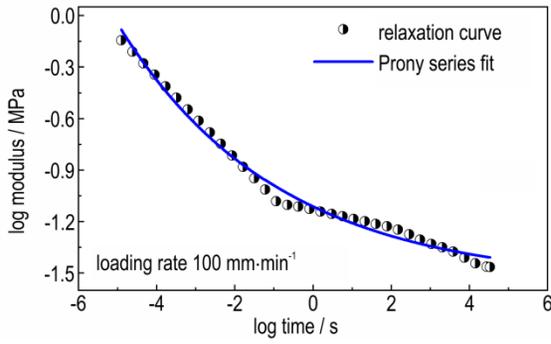
对于式(18)中微空洞演化, 可以通过原位 CT 等试验直接获取<sup>[30]</sup>, 然而由于缺乏相关数据, 本研究将通过拟合 298 K 及 100 mm·min<sup>-1</sup> 条件下的单轴拉伸试验应力应变曲线及体积变化曲线获得损伤相关参数, 如图 3 所示。

如前文所述, 由于松弛函数参数在无损伤情况下获得, 通过应力应变曲线拟合的参数仅有 3 个, 即本模型可通过较少的参数实现不同加载下的应力响应表征。模型参数如表 1 所示。

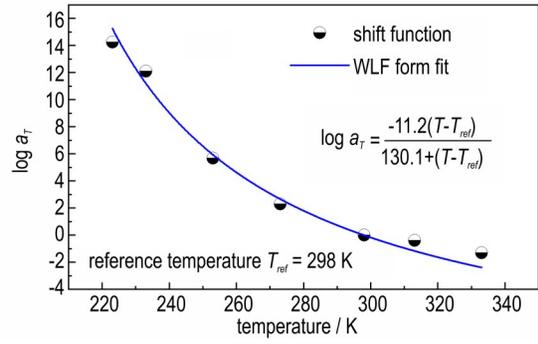
## 3 结果与讨论

### 3.1 单轴拉伸响应预测

NEPE 推进剂在不同加载速率和温度下的试验应力应变曲线及模型预测结果如图 4 所示。由图 4a 可见, NEPE 推进剂力学行为具有明显的应变率相关性, 即初始模量及拉伸强度随着加载速率增大而增大。尽



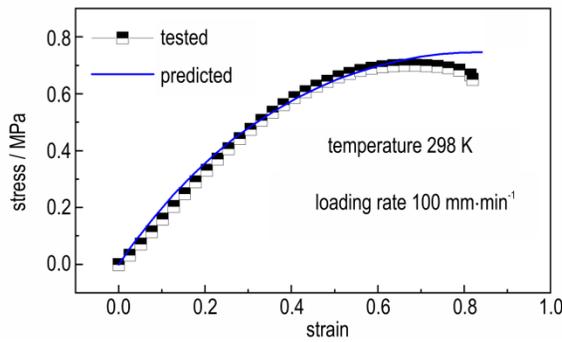
a. the master relaxation curve and Prony series fit



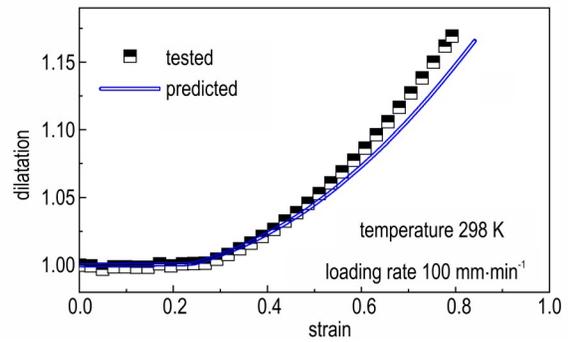
b. the time-temperature shift factor in terms of WLF form

图2 应力松弛主曲线及WLF方程拟合

Fig.2 The master relaxation curve and fitted WLF form



a. calibrated to the uniaxial tensile test data



b. calibration of volume change

图3 损伤参数的确定

Fig.3 Determination of the progressive damage parameters

表1 NEPE推进剂模型参数

Table 1 Model parameters for NEPE propellant

parameters	$G_0$ / MPa	$\alpha$	$\beta$	$n$	$\gamma$	$c_1$	$c_2$	$\nu$	
damage related	0.76	$2e^{-5}$	0.1	1	150	11.2	130.1	0.4995	
dimensionless prony series	$\tau_i$ / s								
	$g_i$								
		$8.23e^{-6}$	$6.13e^{-5}$	$4.2e^{-4}$	$2.8e^{-3}$	$9.4e^{-2}$	11.45	299.3	6826.4
		0.705	0.135	$6.8e^{-2}$	$3.8e^{-2}$	$8.3e^{-3}$	$8.9e^{-3}$	$8.5e^{-3}$	$8.2e^{-3}$

Note:  $G_0$ -shear modulus.  $\alpha, \beta, n, \gamma$ -damage parameters.  $c_1, c_2$ -coefficients of WLF form.  $g_i$ -Prony series.  $\tau_i$ -relaxation times.  $\nu$ -Poisson's ratio.

管在断裂应变附近存在一定的偏差,模型预测结果与整体上试验吻合;考虑到预测结果涵盖的加载速率范围较宽,模型在分析推进剂大变形方面仍展现出了良好的预测能力。图4b呈现了推进剂在宽温度条件下的应力应变曲线,随着温度降低,推进剂初始模量及拉伸强度增加;在不同温度下模型预测结果与试验数据吻合,进一步说明该模型具有良好的预测能力。

为了更进一步展示模型的预测能力,对NEPE推进剂循环加载响应进行了预测,加载历史与试验一致,如图5a所示。图5b对试验及仿真结果进行了对比,

模型能够较好地预测循环加载过程中的应力相应。图5c呈现了循环加载过程中的体积变化,在卸载过程中体积有所减小,这是由于推进剂粘弹性恢复特性导致,然而如前文所述,虽然微空洞含量可以减小,由于已脱湿相界面失去承载能力,式(14)中的损伤并不减小,从而在循环加载卸载过程中会出现应力软化现象。此外,图5d则呈现了在第三、第五循环(对应图5c虚线处)时刻DIC及仿真应变场分布,模型预测结果的合理性进一步说明该模型也能复现推进剂循环加载损伤特性。

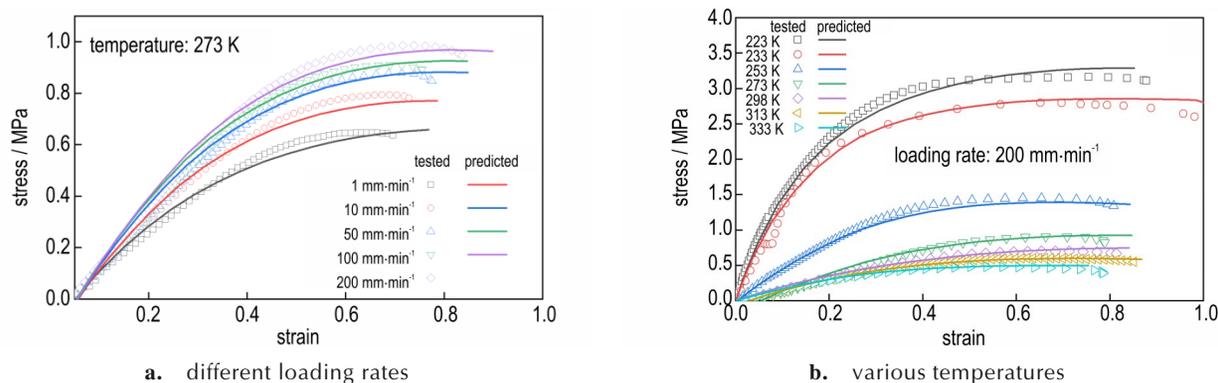


图4 在单轴拉伸加载条件下试验及本构模型预测结果

Fig.4 Model predictions and experimental results for uniaxial tensile tests

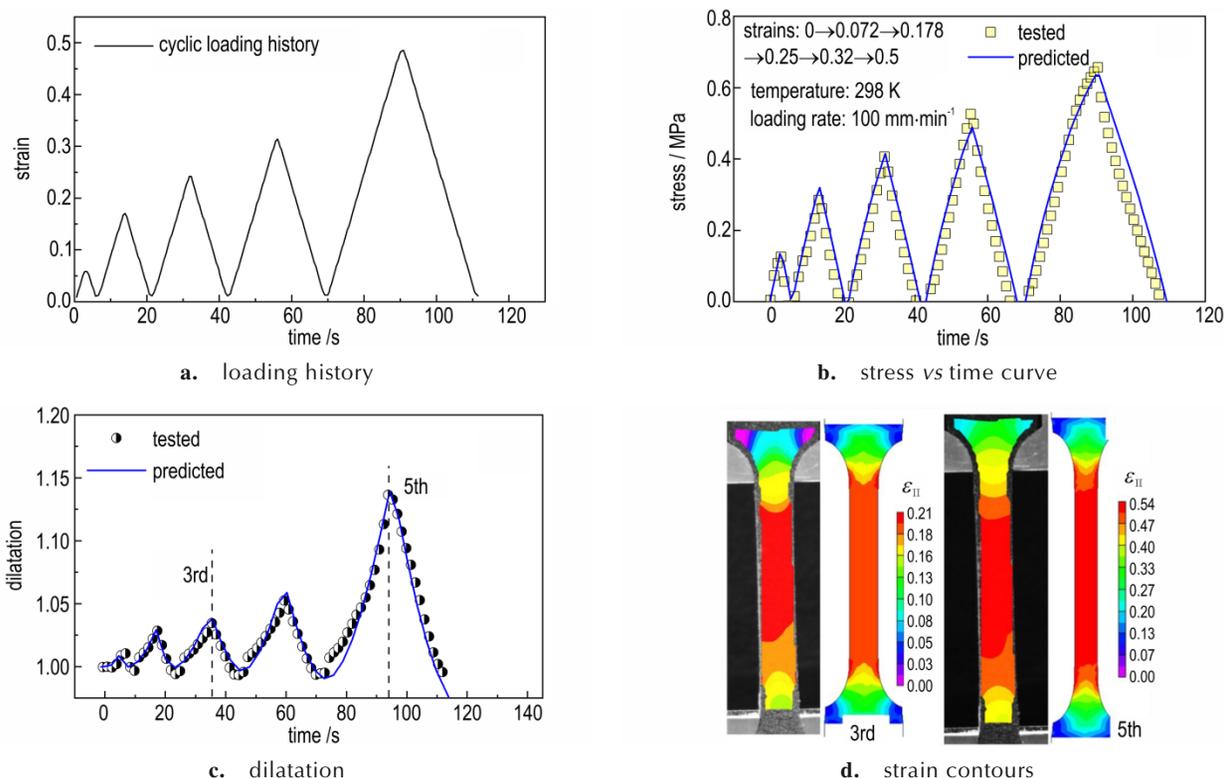


图5 循环加载试验与模型预测结果对比

Fig.5 Comparison between cyclic loading test results and model predictions

### 3.2 围压作用预测

在发射程中,发动机装药经历点火建压,导致燃烧室内压强快速攀升。为了分析围压对推进剂力学响应的影响,采用Li等<sup>[3]</sup>冷增压试验结果对本构模型适用性及预测能力进行了考察。首先采用围压为5.4 MPa应力应变曲线拟合了模型参数,然后对围压分别为0, 0.5 MPa及2.0 MPa工况进行了仿真,如图6a所示。从图6a可见,由于模型考虑了静水压效应(式(18)),模型能够较好地预测不同围压下的力学响应。图6b呈现了在不同围压下推进剂微空洞含量的变化,说明

围压的存在一定程度上抑制了细观损伤,即微空洞含量越小,推进剂断裂应变越大。这种现象可以解释为什么火箭发动机在点火过程中更容易发生故障,因为推进剂的老化会增加微空洞含量,导致断裂应变较小<sup>[28]</sup>。

### 3.3 双轴拉伸响应预测

为了验证本构模型在复杂应力状态下的适用性,对Ranjan等<sup>[31]</sup>双轴试验进行了仿真。试验中采用的十字形双轴拉伸试样的尺寸如图7a所示。首先采用 $1 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ 的测试数据(图7b)以及Ranjan等<sup>[32]</sup>应力

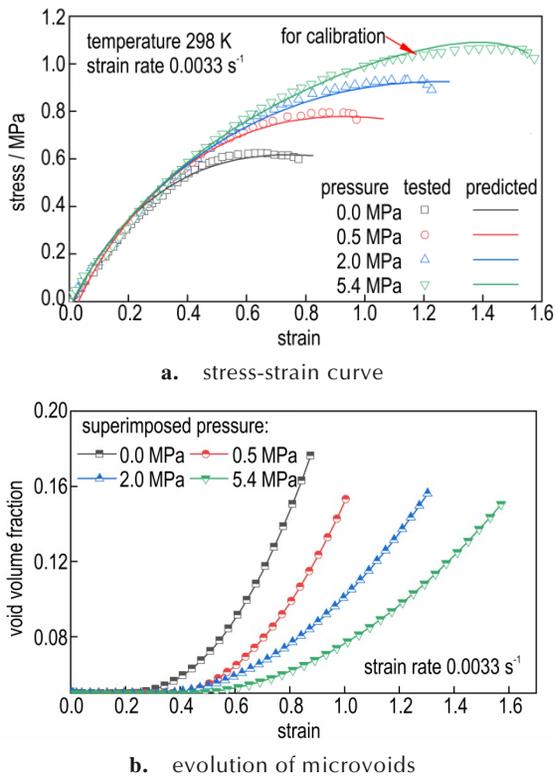


图6 围压对推进剂力学响应的影响  
Fig.6 Effects of superimposed pressure on the response of the propellant

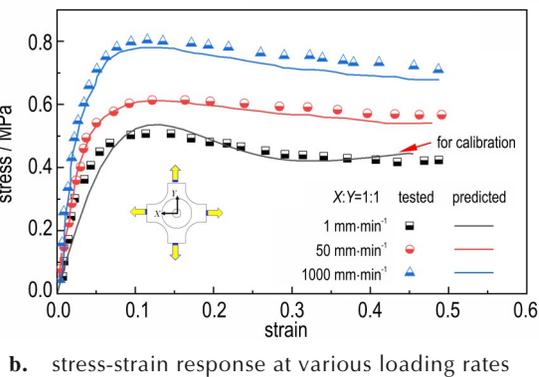
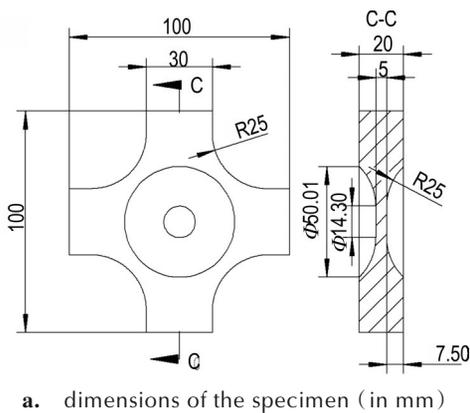


图7 双轴拉伸试验结果与模型预测对比  
Fig.7 Comparison between biaxial tensile test results and model prediction

松弛测试数据确定了模型参数。然后在不同加载速率下进行了仿真,由图7b可见模型成功预测了双轴加载下推进剂应力响应。在双轴拉伸过程中,试样表面上形成了一些微空洞,这些微空洞的区域呈现出较亮的颜色(图8中的黄色虚线),图8呈现了(X:Y)为1:1和0.5:1的比例加载下(加载速率 $1000 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ )的微空洞分布预测,结果显示该模型能够较好地预测损伤路径,进一步说明该模型在复杂应力状态下的预测能力。

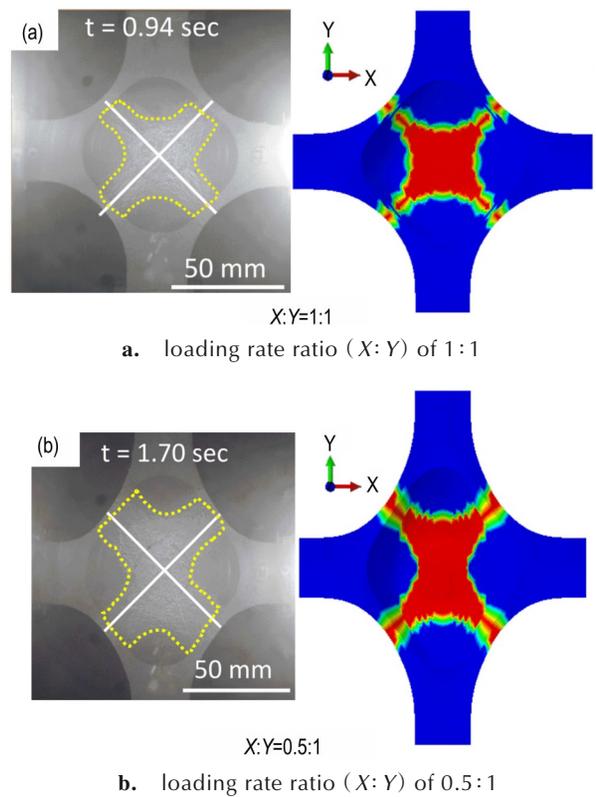


图8 不同比例加载下试样变形图  
Fig.8 Deformation of the sample at different loading rate ratio

### 3 结论

(1)在宽温和加载速率下对NEPE推进剂进行了单轴拉伸及应力松弛试验。试验结果表明,随着加载速率增加和温度降低,NEPE推进剂初始模量及拉伸强度增加。此外,围压能够在一定程度上抑制微空洞演化,从而使推进剂呈现更高的拉伸强度及延伸率。

(2)基于推进剂微观特征,在有限变形下开发了考虑微观损伤的超弹粘弹性多尺度本构模型,该本构模型考虑了温度、应变率、围压及循环加载应力软化等因素;基于微空洞演化和微观均质化理论,实现了微观

损伤向宏观本构的传递。

(3)将模型应用到ABAQUS中对NEPE推进剂力学性能进行了预测,结果表明该模型能够准确预测温度、应变率和围压对NEPE推进剂力学性能的影响,且能够很好地描述推进剂在循环加载损伤及双轴拉伸下的力学响应。

#### 参考文献:

- [1] LÓPEZ R, ORTEGA DE LA ROSA A, SALAZAR A, et al. Structural integrity of aged hydroxyl-terminated polybutadiene solid rocket propellant[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2018, 34(1): 75-84.
- [2] KIM S, IM Y. Experimental study of material behavior of AP-HTPB base composite solid propellant[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2019, 33(7): 3355-3361.
- [3] LI H, XU J, LIU J, et al. Research on the influences of confining pressure and strain rate on NEPE propellant: Experimental assessment and constitutive model[J]. *Defence Technology*, 2020, 17(5): 1764-1774.
- [4] PRAKASH C, GUNDUZ I E, OSKAY C, et al. Effect of interface chemistry and strain rate on particle-matrix delamination in an energetic material[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2018, 191: 46-64.
- [5] WUBULIAISAN M, WU Y, HOU X, et al. Effect of neutral polymeric bonding agent on tensile mechanical properties and damage evolution of NEPE propellant[J]. *Defence Technology*, 2023.
- [6] HOU Y, XU J, ZHOU C, et al. Microstructural simulations of debonding, nucleation, and crack propagation in an HMX-MDB propellant[J]. *Materials & Design*, 2021, 207: 109854.
- [7] DE FRANCQUEVILLE F, DIANI J, GILORMINI P, et al. Use of a micromechanical approach to understand the mechanical behavior of solid propellants[J]. *Mechanics of Materials*, 2021, 153: 103656.
- [8] WUBULIAISAN M, WU Y, HOU X, et al. Viscoelastic debonding criterion-based interface for modeling the mechanical behavior of solid propellants subjected to large deformation[J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2023, 98: 104873.
- [9] 侯宇菲, 许进升, 古勇军, 等. 基于内聚力法则的高能硝酸酯增塑聚醚推进剂开裂过程细观模型[J]. *兵工学报*, 2020, 41(11): 2206-2215.  
HOU Yu-fei, XU Jin-sheng, GU Yong-jun, et al. Mesoscopic model of cracking process of NEPE propellant based on cohesive zone model[J]. *Acta Armamentarii*, 2020, 41(11): 2206-2215
- [10] 乌布力艾散·麦麦提图尔荪, 吴艳青, 侯晓, 等. 细观结构参量对推进剂力学性能影响的数值研究[J]. *复合材料学报*, 2022, 39(6): 2949-2961.  
WUBULIAISAN Maimaitiusersun, WU Yan-qing, HOU Xiao, et al. Numerical investigations on mesoscopic structure parameters affecting mechanical responses of propellant[J]. *Acta Materialiae Compositae Sinica*, 2022, 39(6): 2949-2961.
- [11] BELITSKY J, ORE E, WELLER T. Solid propellant micro-scale failure mechanisms and their influence on progressive damage propagation and accumulation [C]//AIAA Scitech 2021 Forum, 2021: 1274.
- [12] XU F, ARAVAS N, SOFRONIS P. Constitutive modeling of solid propellant materials with evolving microstructural damage[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2008, 56(5): 2050-2073.
- [13] HUR J, PARK J, JUNG G, et al. Enhancements on a micromechanical constitutive model of solid propellant[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2016, 87: 110-119.
- [14] 王贵军, 吴艳青, 侯晓, 等. 基于细观结构的复合固体推进剂含损伤黏弹性本构模型研究[J]. *兵工学报*, 2022: 1-11.  
WANG Gui-jun, WU Yan-qing, HOU Xiao, et al. Research on the viscoelastic constitutive model of composite solid propellant containing damage based on mesostructure[J]. *Acta Armamentarii*, 2022: 1-11.
- [15] LEI M, WANG J, CHENG J, et al. A constitutive model of the solid propellants considering the interface strength and dewetting[J]. *Composites Science and Technology*, 2020, 185: 107893.
- [16] LEI M, CHEN E, ZHAO Z, et al. A temperature/strain-rate-dependent finite deformation constitutive and failure model for solid propellants[J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2023, 66(9): 1-16.
- [17] WUBULIAISAN M, WU Y, HOU X, et al. Multiscale viscoelastic constitutive modeling of solid propellants subjected to large deformation[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2023, 262-263: 112084.
- [18] TUNÇ B, ÖZÜPEK Ş. Constitutive modeling of solid propellants for three dimensional nonlinear finite element analysis[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 69: 290-297.
- [19] YUN K, PARK J, JUNG G, et al. Viscoelastic constitutive modeling of solid propellant with damage[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2016, 80: 118-127.
- [20] KUMAR N, PATEL B P, RAO V V, et al. Hyperviscoelastic constitutive modelling of solid propellants with damage and compressibility[J]. *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, 2018, 43(5): 461-471.
- [21] KANTOR M M, ASSOUS F, GOLUBCHIK A, et al. Three-Dimensional constitutive equations for hyper viscoelastic particulate reinforced composite materials based on damage parameter[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2021, 229: 111138.
- [22] 孟红磊, 鞠玉涛. 含损伤非线性粘弹性本构模型及数值仿真应用[J]. *固体火箭技术*, 2012, 35(6): 764-768.  
MENG Hong-lei, JU Yu-tao. Nonlinear viscoelastic equation with cumulative damage and its application on numerical simulation[J]. *Journal of solid Rocket Technology*, 2012, 35(6): 764-768.
- [23] XU J, CHEN X, WANG H, et al. Thermo-damage-viscoelastic constitutive model of HTPB composite propellant[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2014, 51(18): 3209-3217.
- [24] WANG Z, QIANG H, WANG T, et al. A thermovisco-hyperelastic constitutive model of HTPB propellant with damage at intermediate strain rates[J]. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 2018, 22(3): 291-314.
- [25] TALEBI S, DARIJANI H. A pseudo-strain energy density function for mechanical behavior modeling of visco-hyperelastic materials[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*,

- 2021, 208: 106652.
- [26] SCHAPERLY S W P A. A viscoelastic constitutive model for particulate composites with growing damage [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1997, 34: 931–947.
- [27] BELYTSCHKO T L W K. *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*[M]. John Wiley & sons, 2013.
- [28] WUBULIAISAN M, WU Y, HOU X, et al. A viscoelastic constitutive model considering deformation and environmental-induced damages for solid propellants[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 132: 108055.
- [29] 张镇国, 何景轩, 沙宝林, 等. 丁羟基固体推进剂的破坏包络及其演化行为研究[J]. 宇航学报, 2021, 42(12): 1571–1578.
- ZHANG Zhen-guo, HE Jing-xuan, SHA Bao-lin, et al A study on failure envelopes of HTPB solid propellants and their evolution[J]. *Journal of Astronautics*, 2021, 42(12): 1571–1578.
- [30] XING R, WANG L, ZHANG F, et al. Mechanical behavior and constitutive model of NEPE solid propellant in finite deformation[J]. *Mechanics of Materials*, 2022, 172: 104383.
- [31] RANJAN R, MURTHY H, BHOWMIK D, et al. Behaviour of composite solid propellant under biaxial tensile loading [J]. *Polymer Testing*, 2023, 124: 108054.
- [32] RANJAN R, MURTHY H, SADAVARTE V S, et al. An experimental study of the large-strain tensile behavior of composite solid propellant using digital image correlation[J]. *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*, 2021, 20(4): 79–95.

## A Multiscale Viscoelastic Constitutive Model for Solid Propellants Considering Microscale Damage

MAIMAITIERSUN Wubuliaisun<sup>1</sup>, ZHOU Tao<sup>2</sup>, WU Yan-qing<sup>1</sup>, HOU Xiao<sup>3</sup>, ZHOU Cheng-zhe<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2. Xi'an Aerospace Chemical Propulsion Co., Ltd., the Fourth Academy of CASC, Xi'an 710025, China; 3. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** In order to study the damage evolution and mechanical properties of solid propellants, uniaxial tensile and stress relaxation tests were performed on NEPE propellant. The resulting stress-strain curves and relaxation master modulus curves were obtained. A nonlinear viscoelastic constitutive model considering microscopic damage was developed under finite deformation. This model enables multiscale analysis of the mechanical response of propellants by incorporating the evolution of microvoids with various factors, including temperature, strain rate, confining pressure, and cyclic stress softening. The model was then implemented into ABAQUS with the parameters determined based on experimental data. Subsequently, the model was employed to predict the mechanical response of NEPE propellant under different loading conditions. The results demonstrate that the model accurately predicts the uniaxial tensile response of propellants under wide temperature ranges (223–333 K) and loading rates (1–200 mm·min<sup>-1</sup>). Moreover, the model exhibits reasonable predictability in cyclic loading, confining pressure tests, and biaxial tensile tests, thereby validating its effectiveness under complex stress conditions. Notably, the model necessitates only a small set of model parameters and can be easily programmed into commercial software, providing theoretical guidance for the multiscale analysis of the structural integrity of solid rocket motors.

**Key words:** solid propellants; microscopic damage; multiscale constitutive model; nonlinear viscoelasticity; confining pressure; biaxial tensile tests

**CLC number:** TJ55; V512

**Document code:** A

**DOI:** 10.11943/CJEM2023220

**Grant support:** National Natural Science Foundation of China(No. U22B20131)

(责编:王馨逸)