第 14 卷　第 3 期　　含 能 材 料　　Vol. 14, No. 3
2006 年 6 月　　CHINESE JOURNAL OF ENERGETIC MATERIALS　　June, 2006

文章编号: 1006-9941(2006)03-0205-04

基于样本最大概率失败数的火工品可靠度估计

周美林[1,2], 蔡瑞娇[1], 韩敦信[2]
(1. 北京理工大学爆炸灾害预防与控制国家重点实验室, 北京 100081;
2. 中国工程物理研究院化工材料研究所, 四川 绵阳 621900)

摘要: 基于最大概率失败数,给出了成败型产品可靠度的一种新估计方法,该方法比极大似然估计的结果要保守。由此出发,构造了火工品可靠度的置信下限估计方法。与国军标中的计数法比较,该估计方法对高置信度高可靠性要求的火工品评估,可适当降低样本量,能满足工程需要。

关键词: 应用统计数学; 可靠性评定; 火工品; 样本最大概率失败数
中图分类号: TJ45; O213　　**文献标识码:** A

1　引　言

国军标 GJB450－88《装备研制与生产的可靠性通用大纲》[1]要求,军用产品定型并在批准生产前需进行可靠性评定。在火工品可靠性评定中,通常采用 GJB376－87《火工品可靠性评估方法》[2]规定中的计数法。该计数法采用二项分布或超几何分布估计火工品无限总体或有限总体的可靠度置信下限,其最大缺点是在较高的置信度下(通常取 0.90 或 0.95)进行抽样和试验所需的样本量大、估计结果保守,不宜于高价值火工品[3~5]的高可靠性评估。文献[6]认为,GJB376－87 规定的计数法在评估火工品的可靠度时,不能保证 $P\{R \geqslant R_{L,C}\} = \gamma$,而是不小于 γ,所以 $R_{L,C}$ 保守,通过理论计算分析发现,当样本量较小时,评估结果的保守性越大。为此,给出了一种采用经典置信下限的随机化最优置信下限计算方法。该方法的基本思想是引入了一个在[0,1]上均匀分布的随机变量,然而这种随机变量的引入有一定的不确定性,特别是在高可靠性总体的小样本评估下,甚至有出现过高估计总体可靠度置信下限的可能性。

如何根据样本的可靠性试验结果,对火工品总体可靠度进行更加合理、准确的估计,目前还没有一个比国军标更有效的评估方法。本文从基于样本最大概率的失败数出发,研究了火工品可靠度的估计问题,提出了火工品总体可靠度置信下限的估计方法,并与国军标计数法的估计结果作了比较,得到了较令人满意的结果。

收稿日期: 2005-06-24; **修回日期:** 2005-11-21

作者简介: 周美林(1965－),男,博士,现从事火工品研制及其可靠性研究。

2　基于样本最大概率失败数的可靠度真值及样本成功率均值点估计

2.1　样本最大概率失败数的定义及其确定

样本最大概率失败数是从一个确定可靠度的总体中所抽取样本,样本里最有可能出现的失败数。即样本最大概率失败数对应于抽取的样本中出现概率最大的失败数。

对成败型的火工品,设可靠度为 R,样本容量为 n,样本中存在的失败数为 F(变量)。对于一个确定的失败数 f(定值),在容量为 n 的样本中,失败数 F 遵从二项分布的随机变量。即

$$P\{F=f\} = c_n^f R^{n-f}(1-R)^f = \frac{n!}{f!(n-f)!}R^{n-f}(1-R)^f \qquad (1)$$

这里, $f=0,1,\cdots,n$

失败数 F 小于等于一个确定的失败数 f 的概率为

$$P\{F \leqslant f\} = \sum_{r=0}^{f} c_n^r R^{n-r}(1-R)^r \qquad (2)$$

其中, $r=0,1,\cdots,f$。

于是有:

$$\frac{p(r+1)}{p(r)} = \frac{(n-r)(1-R)}{(r+1)R} = \begin{cases} >1, & \text{当 } r<[n-nR-R] \\ =1, & \text{当 } r=n-nR-R \text{ 为整数时} \\ <1, & \text{当 } r>[n-nR-R] \end{cases} \qquad (3)$$

其中, $[n-nR-R]$ 表示对实数 $n-nR-R$ 取整数。

当 $n-nR-R$ 不为整数时,则 $r=[n-nR-R]$,并有以下两式成立:

$$(n-r)(1-R)-(r+1)R = n-nR-R-r>0 \qquad (4)$$

$$p(r+1) > p(r) \qquad (5)$$

于是,可得到:当总体可靠度 R 和样本量 n 确定后,失败数服从参数为 (n,R) 的二项分布。样本中出现的最大概率失败数不一定是唯一的。当 $n-nR-R$ 不为整数时,样本中出现的最大概率失败数只有一个,其失败数的取值为 $[n-nR-R+1]$;此时,失败数的概率分布特征是:当 r 从 0 增大到 $[n-nR-R+1]$ 时,其概率一直单调增加,当 r 从 $[n-nR-R]+1$ 增大到 n 时,其对应的概率一直单调降低。当 $n-nR-R$ 为整数时,样本中出现的最大概率失败数有两个,失败数的取值为 $n-nR-R$ 和 $n-nR-R+1$;此时,样本中失败数的概率分布特征是:当 r 从 0 增大到 $n-nR-R$ 时,其概率一直单调增加,当 r 从 $[n-nR-R+1]$ 增大到 n 时,其对应的概率一直单调降低。

2.2 总体可靠度的估计

最大似然估计理论认为,从一个可靠度为 R 的总体中,抽取 n 个样本,试验结果有 f 个失败数时,失败数 f 出现的概率最大。这种数理统计观点及由此产生的最大似然估计通常被大家普遍接受,并在许多可靠性数据分析中使用。

根据最大似然估计理论的基本思想和 2.1 节的讨论结果,在一次抽样中,如果抽取容量为 n 的样本试验,结果有 f 失败数时,失败数 f 与样本量 n、总体可靠度 R 的关系表现为以下两种情况:

(1) 当 $n-nR-R$ 不为整数时,样本中出现概率最大的失败数只有一个 $[n-nR-R+1]$,将试验结果中出现的失败数 f 作为 $[n-nR-R+1]$ 的估计值。

(2) 当 $n-nR-R$ 为整数时,样本中出现最大概率的失败数有可能是 $(n-nR-R)$ 或 $(n-nR-R+1)$,但因试验结果只表现为一个最大概率失败数 f,因此,这个失败数 f 可认为是 $(n-nR-R)$ 和 $(n-nR-R+1)$ 两者之一的估计值。

于是,当 $n-nR-R$ 不为整数时,则

$$[n-nR-R+1]=f$$

$$f<n-nR-R+1<f+1$$

$$\frac{n-f}{n+1}<R<\frac{n-f+1}{n+1} \tag{6}$$

如果 $n-nR-R+1=f$,则

$$R=\frac{n-f+1}{n+1} \tag{7}$$

如果 $n-nR-R=f$,则

$$R=\frac{n-f}{n+1} \tag{8}$$

当总体可靠度未知时,无法判断 $n-nR-R$ 是否为非整数。设可靠度 R 的估计为 $\hat{R}$,则基于确定总体中样本最大概率失败数的总体可靠度 R 的估计如下:

$$\hat{R}=\frac{n-f}{n+1} \tag{9}$$

该点估计法是基于样本概率分布中的最大概率失败数,故在这里称之为样本最大概率失败数点估计。

3 总体可靠度 R 的置信下限 R_L

3.1 可靠度下限 R_L

给定置信度 γ,可靠度 R 的置信下限由下式给出:

$$P\{R\geqslant R_L\}\geqslant\gamma \tag{10}$$

由文献[7],在大样本量下,有:$\frac{p_n-R}{\sqrt{s_n^2/n}}$ 渐近服从标准正态分布 $N(0,1)$,这里 s_n^2 是样本方差。

易证:$s_n^2/n=p_n(1-P_n)/(n-1)$

再由式(10)可知:$\frac{\hat{R}-R}{\sqrt{\hat{R}(1-\hat{R})/(n-1)}}$ 亦渐近服从标准正态分布 $N(0,1)$。

因此,失败数 f,样本量 n 已知时,一定置信度 γ 下总体可靠度 R 的置信下限为:

$$R_L=\frac{n-f}{n+1}-u_{1-\gamma}\frac{\sqrt{(n-f)(f+1)/(n-1)}}{n+1} \tag{11}$$

其中,$u_{1-\gamma}$ 是标准正态分布的上 $1-\gamma$ 分位点。

3.2 估计结果及分析

利用式(11),对不同样本量及不同失败数下的总体可靠度置信下限进行了计算。在计算时,查表得 $u_{0.15}=1.034$,$u_{0.10}=1.28$,$u_{0.05}=1.64$,$u_{0.01}=2.33$。计算结果及国军标的对应同等条件下总体可靠度的置信下限见表 1~4。

从表 1~4 数据分析可知,当置信度在 0.90 时,基于样本的最大概率估计结果与国军标相同;当置信度小于 0.90 时,基于样本的最大概率估计结果比国军标略低,相差千分之几;置信度大于 0.90 时,基于样本的最大概率估计结果比国军标略高,同样相差千分之几。这表明,对于高置信度高可靠性要求的火工品评估,采用本文提出的基于样本最大失败概率的火工品估计方法可适当降低样本量。例如,对于置信度要求为 0.95,可靠性不小于 0.999 的火工品可靠性评估,采用本方法只需样本量为 2650 发左右而无一发失效,比国军标要求的样本数量 2996 发少约 350 发。

表 1　由 $f=0$，样本量 n 和置信水平 γ 决定的可靠度 R

Table 1　Results of reliability(R) determined by two method with $f=0$ and different size(n) and confidence level(γ)

γ	method	n						
		100	125	150	200	230	250	300
0.85	equation (11)	0.9798	0.9838	0.9865	0.9899	0.9912	0.9919	0.9932
	nation military standard	0.9812	0.9849	0.9874	0.9906	0.9918	0.9924	0.9937
0.90	equation (11)	0.9774	0.9819	0.9849	0.9886	0.9901	0.9909	0.9924
	nation military standard	0.9772	0.9818	0.9848	0.9886	0.9900	0.9908	0.9924
0.95	equation (11)	0.9738	0.9790	0.9825	0.9868	0.9886	0.9894	0.9912
	nation military standard	0.9705	0.9763	0.9802	0.9851	0.9871	0.9881	0.9901
0.99	equation (11)	0.9669	0.9735	0.9779	0.9834	0.9856	0.9867	0.9889
	nation military standard	0.9550	0.9639	0.9698	0.9772	0.9802	0.9817	0.9847

表 2　由 $f=0$，样本量 n 和置信水平 γ 决定的可靠度 R

Table 2　Results of reliability(R) determined by two method with $f=0$ and different size(n) and confidence level(γ)

γ	method	n				
		400	1000	1250	2000	3150
0.85	equation (11)	0.9949	0.9980	0.9984	0.9990	0.99935
	nation military standard	0.9953	0.9981	0.9985	0.9991	0.9994
0.90	equation (11)	0.9943	0.9977	0.9982	0.9989	0.99928
	nation military standard	0.9943	0.9977	0.9982	0.9988	0.9993
0.95	equation (11)	0.9934	0.9974	0.9979	0.9987	0.99916
	nation military standard	0.9925	0.9970	0.9976	0.9985	0.9990
0.99	equation (11)	0.9917	0.9967	0.9973	0.9983	0.9990
	nation military standard	0.9886	0.9954	0.9963	0.9977	0.9985

表 3　由 $f=1$，样本量 n 和置信水平 γ 决定的可靠度 R

Table 3　Results of reliability(R) determined by two method with $f=1$ and different size(n) and confidence level(γ)

γ	method	n						
		100	125	150	200	230	250	300
0.85	equation (11)	0.9657	0.9725	0.9771	0.9828	0.9850	0.9920	0.9885
	nation military standard	0.9667	0.9733	0.9777	0.9832	0.9854	0.9866	0.9888
0.90	equation (11)	0.9623	0.9698	0.9747	0.9810	0.9835	0.9848	0.9873
	nation military standard	0.9617	0.9692	0.9743	0.9807	0.9832	0.9845	0.9871
0.95	equation (11)	0.9572	0.9657	0.9714	0.9785	0.9813	0.9828	0.9857
	nation military standard	0.9535	0.9626	0.9688	0.9765	0.9795	0.9812	0.9843
0.99	equation (11)	0.9476	0.9580	0.9649	0.9737	0.9771	0.9789	0.9824
	nation military standard	0.9354	0.9481	0.9565	0.9673	0.9715	0.9738	0.9781

表 4　由 $f=2$，样本量 n 和置信水平 γ 决定的可靠度 R

Table 4　Results of reliability(R) determined by two method with $f=2$ and different size(n) and confidence level(γ)

γ	method	n						
		100	125	150	200	230	250	300
0.85	equation (11)	0.9527	0.9700	0.9683	0.9762	0.9793	0.9809	0.9841
	nation military standard	0.9534	0.9626	0.9688	0.9765	0.9796	0.9812	0.9843
0.90	equation (11)	0.9485	0.9587	0.9656	0.9741	0.9774	0.9792	0.9827
	nation military standard	0.9477	0.9580	0.9649	0.9736	0.9770	0.9789	0.9824
0.95	equation (11)	0.9423	0.9617	0.9614	0.9710	0.9747	0.9768	0.9806
	nation military standard	0.9384	0.9505	0.9586	0.9689	0.9729	0.9750	0.9792
0.99	equation (11)	0.9305	0.9443	0.9535	0.9650	0.9696	0.9720	0.9766
	nation military standard	0.9187	0.9345	0.9542	0.9586	0.9640	0.9668	0.9723

4 应用实例

4.1 某电雷管可靠度的估计

某电雷管,两年以前,共收集到 2988 发雷管已使用并被消耗掉。近两年来,该电雷管又生产了两批,并陆续投入使用,共收集到使用并被消耗掉 300 发。在雷管使用过程中,均按雷管技术条件进行,使用中无一发失败。此外,通过调查,所有这些雷管生产工艺条件基本一致,没有发生大的技术参数更改和生产工艺变动。现在,我们在置信度 0.95 下估计其火工品当前的可靠度。

(1) 经典估计法估计结果[2]

$$R_{L,B} = (1-\gamma)^{\frac{1}{n}} = (1-0.95)^{\frac{1}{3288}} = 0.999089$$

(2) 基于最大失败概率估计法估计结果

$$\begin{aligned} R_{L,B} &= \frac{n}{n+1} - u_{0.05}\frac{\sqrt{n/(n-1)}}{n+1} \\ &= \frac{3288}{3289} - 1.64\frac{\sqrt{3288/3287}}{2389} \\ &= 0.9992 \end{aligned}$$

由此可见,采用基于最大失败概率估计法对该电雷管可靠性的估计结果略高于经典估计值。如果要与经典估计值相同,则只需要 2880 发,比经典估计所需样本量少 400 余发。

4.2 某冲击片雷管可靠度的估计

某冲击片雷管,在工艺条件和技术参数稳定后,到目前为止共进行了 1000 发试验,试验无一发失败。

(1) 经典估计结果[2]

$$R_{L,B} = (1-\gamma)^{\frac{1}{n}} = (1-0.95)^{\frac{1}{1000}} = 0.9970$$

(2) 基于最大失败概率估计法估计结果

$$\begin{aligned} R_{L,B} &= \frac{n}{n+1} - u_{0.05}\frac{\sqrt{n/(n-1)}}{n+1} \\ &= \frac{1000}{1001} - 1.64\frac{\sqrt{1000/(1000-1)}}{1000+1} \\ &= 0.9974 \end{aligned}$$

计算结果表明,在零失败数的情况下,基于最大失败概率估计法的估计结果比经典估计结果高。若要与经典估计值相同,则只需要 880 发,比经典估计所需样本量少 120 发。

5 结 论

基于最大概率失败数的火工品可靠度估计方法,与国军标规定的计数法相比较,可得到对高置信度高可靠性要求的火工品评估,可适当降低样本量的研究结果。对高价值火工品的高可靠性评估,这种评估方法更加符合工程实际。

参考文献:

[1] GJB450-88. 装备研制与生产的可靠性通用大纲[S].

[2] GJB376-87. 火工品可靠性评估方法[S].

[3] 蔡瑞娇. 火工品设计原理[M]. 北京:北京理工大学出版社,1999.

[4] GJB376-1. 火工品述语[S].

[5] 周美林,蔡瑞娇,韩敦信. 高价值火工品的可靠性评估方法研究[A]. 中国工程物理研究院第二届可靠性、维修性、保障性会议论文集[C],2003. 4.

[6] 徐振相,秦士嘉. 火工品可靠性技术[M]. 北京:兵器工业出版社,1996.

[7] 现代数学手册 · 随即数学卷[M]. 湖北:华中科技大学出版社,1999.

Reliability Estimation of Initiating Devices Based on Sample Maximum Failure Probability

ZHOU Mei-lin[1,2], CAI Rui-jiao[1], HAN Dun-xin[2]

(1. *State Key Laboratory of Prevention and Control Explosion Disasters*, *Beijing Institute of Technology*, *Beijing* 100081, *China*;
2. *Institute of Chemical Materials*, *CAEP*, *Mianyang* 621900, *China*)

Abstract: According to sample maximum probability failure units, a new reliability estimation method of go/no-go is given. Based on the new estimation method, an estimation method of confidence lower with limit of the initiating devices reliability is proposed. Comparing with GO/NO-GO method of GJB376-87, the estimation method needs fewer samples for assessing confidence level and high reliability of initiating devices. This assessment method can meet the requirement of engineering application.

Key words: applied statistical mathematics; reliability assessment; initiating device; sample maximum probability failure number